

# 複雑な形状の放水路をもつ揚水発電所の過渡現象の計算

## Calculation of Transient Phenomena in a Pumped Storage Power Station with Complicatedly Constructed Tail Races

山口 雄 三\* 山 部 正 博\*  
Yūzō Yamaguchi Masahiro Yamabe

### 要 旨

最近の揚水発電所では開発地点の立地条件や経済的要求などから、放水路系が長く、その形状が複雑なものも建設されるようになり、過渡運転時の特性を明らかにすることがますます重要な課題となりつつある。本稿ではその顕著な例である某揚水発電所について、管路摩擦損失などの諸損失を考慮し、かつ、系統の複雑な管路に対しても適用できる電子計算機を用いた水撃現象の計算法について述べる。

### 1. 緒 言

最近の揚水発電所では開発地点の立地条件、土木施工上の経済的要求、単機当たり容量の増大などの諸条件から、その放水路が長大で複雑なものも建設されるようになり、また管内流速を大きくする傾向も見られる。

それゆえに定常運転時の特性とともに過渡時の特性をも明らかにすることがますます重要な課題となりつつある。図1に示すのは現在建設中の某揚水発電所の管路系であるが、ダム建設の際の仮排水路を放水路のサージタンクとして利用し、本来のサージタンクをできるだけ小さくしようとする新考案が採用されている。また、この発電所の放水路内の最大流速は 4.34 m/s で放水路の長さのわりには今までに例がないような大きな流速が採用されている。これらの特殊事情からサージタンク系の形状が複雑になり、サージタンクの水位が変わることによってサージタンクの水平断面積が複雑な変化をしたり、サージタンクの水位によってサージタンクどうしが合体したりあるいは独立したりし、さらにまた、放水路が長く流速が大きいので、放水路の管摩擦損失などの損失を考慮する必要があるなど、現象解析のうえに種々のめんどろな問題が生じた。ここでは、某発電所のポンプ水車の過渡現象を、水撃作用の観点から電子計算機によって解析した際に用いた計算法を中心に述べることにする。

### 2. 記 号

- $A_p$ : 管路断面積 (m<sup>2</sup>)
- $a$ : 水撃波の伝播速度 (m/s)
- $t$ : 時 間 (s)
- $x$ : 管路の座標軸, 座標 (m)
- $g$ : 重力の加速度 (m/s<sup>2</sup>)
- $\gamma$ : 水の比重量 (kg/m<sup>3</sup>)
- $K$ : 水の体積弾性係数 (kg/m<sup>2</sup>)
- $E$ : 管路材の縦弾性係数 (kg/m<sup>2</sup>)
- $\delta$ : 管路壁の厚さ (m)
- $D$ : 管路の内径 (m)
- $S$ : 管路の定数 =  $gA/a$  (m<sup>2</sup>/s)
- $H$ : 圧力水頭 (mAq)
- $Q$ : 流 量 (m<sup>3</sup>/s)
- $L$ : 管路の分割点間距離 (m)
- $\Delta t$ : 時間軸の分割長さ (s)

$l, m, n$ : 管路の分割点番号

$H[m, t]$  など: “ $m$ 点の時刻  $t$  における水頭” などの意味

\* 日立製作所日立研究所

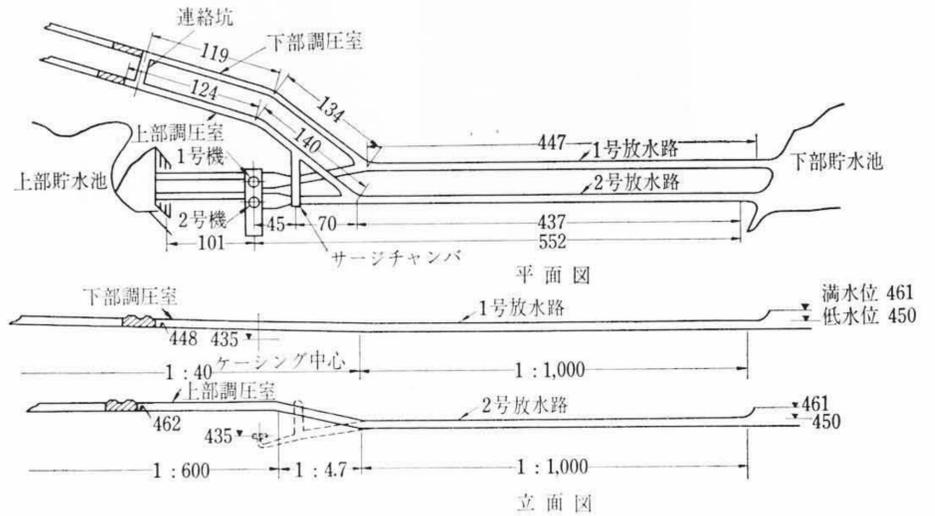


図1 某揚水発電所の管路

- $\Delta H$ : 管路の分割点に集中摩擦損失を置くときの損失 (mAq)
  - $\zeta[m, t]$ : 分割点の集中摩擦損失係数 {mAq/(m<sup>6</sup>/s<sup>2</sup>)}
  - $PH$ : 分割点の  $x$  軸(+)側の水頭 (mAq)
  - $MH$ : 分割点の  $x$  軸(-)側の水頭 (mAq)
  - $H_R$ : 貯水池の水位 (m)
  - $\zeta_R$ : 貯水池入口の損失係数 {mAq/(m<sup>6</sup>/s<sup>2</sup>)}
  - $H_T$ : ポンプ水車で発生する水頭 (m)
  - $Q_T$ : ポンプ水車の揚水量 (m<sup>3</sup>/s)
  - $N$ : ポンプ水車のポンプ方向回転数 (rpm)
  - $T$ : ポンプ水車の抵抗トルク (kg-m)
  - $Q_1$ : 単位落差当たり流量 {(m<sup>3</sup>/s) - mAq<sup>-1/2</sup>}
  - $N_1$ : 単位落差当たり回転数 {rpm - mAq<sup>-1/2</sup>}
  - $T_1$ : 単位落差当たりトルク (kg-m/mAq)
  - $G. V. O$ : ガイドベーン開度 (%)
  - $g_v(t)$ : ガイドベーン閉鎖曲線
  - $MR$ : モデル比
  - $J$ : ポンプ水車回転体の慣性能率 (kg-m-s-minute)
- 添字の  $m, n$ : 分割点  $m, n$  側の値
- $A_s'$ : サージタンクの軸直角横断面積 (m<sup>2</sup>)
  - $A_s$ : サージタンクの水平断面積 (m<sup>2</sup>)
  - $\alpha$ : サージタンク軸が水平となす角 (°)
  - $Q'$ : タンク上部からの流入流量 (m<sup>3</sup>/s)
  - $y$ : サージタンク基部から水面までのタンク軸に沿った距離 (m)
  - $H_s$ : タンク基部から水面までの鉛直距離 (m)
  - $H_{so}$ : 基準水面よりタンク基部までの鉛直距離 (m)  
(基準水面より上方が正, 下方が負)
  - $\Delta H[H_s, t]$ : サージタンク水面にかかる圧力 (mAq)

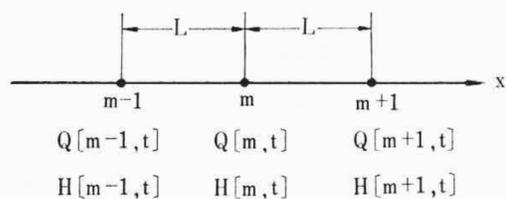


図2 管路の分割

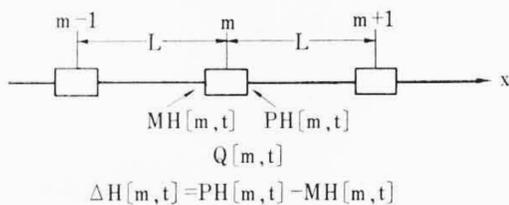


図3 集中摩擦損失を考慮するときの m 点における水頭と流量

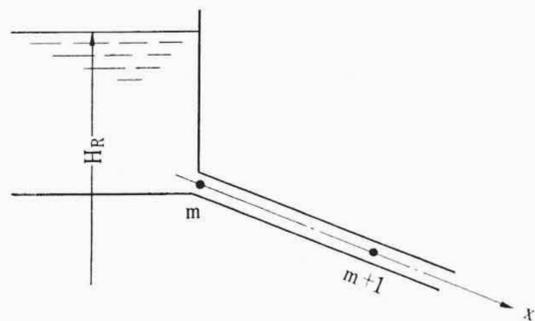


図4 貯水池

3. 水撃作用の基礎式

管路中の水撃現象を解析する場合には、一般に次の連続の式および運動の式を計算対象とする<sup>(1)</sup>。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{a^2}{gA_p} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{gA_p} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、  $a = \sqrt{\frac{gK}{\gamma} \cdot \frac{1}{1 + \frac{KD}{\delta E}}} \dots\dots\dots (3)$

(1), (2) 式の一般解は初期条件を  $H_0, Q_0$  とすると、周知のように

$$H - H_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) \dots\dots\dots (4)$$

$$Q - Q_0 = \frac{gA_p}{a} \left\{ F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となる。

いま、図2のように管路を等間隔  $L$  で区切り  $L = a \cdot \Delta t$  とすると、 $m$  点の時刻  $t$  における  $H$  と  $Q$  とは、(4), (5) 式から未知関数  $F, f$  を消去することによって、 $t - \Delta t$  における  $(m-1), (m+1)$  点での  $Q$  と  $H$  とが知れば計算できる。

すなわち

$$\{H[m, t] - H[m-1, t - \Delta t]\} \cdot S + \{Q[m, t] - Q[m-1, t - \Delta t]\} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\{H[m, t] - H[m+1, t - \Delta t]\} \cdot S - \{Q[m, t] - Q[m+1, t - \Delta t]\} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ただし、  $S = \frac{gA_p}{a}$

もし、 $L = n' \cdot a \cdot \Delta t$  なる場合には ( $n'$  は正の整数)

$$\{H[m, t] - H[m-1, t - n' \cdot \Delta t]\} \cdot S + \{Q[m, t] - Q[m-1, t - n' \cdot \Delta t]\} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\{H[m, t] - H[m+1, t - n' \cdot \Delta t]\} \cdot S - \{Q[m, t] - Q[m+1, t - n' \cdot \Delta t]\} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

あるいは、もっと一般的に  $L = n'' \cdot a \cdot \Delta t$  ( $n'' \geq 1$ ) とするときには、 $m$  点より  $a \cdot \Delta t$  だけ両側に離れた点の  $t - \Delta t$  における  $H$  と  $Q$  とを  $(m-1), (m), (m+1)$  点の  $t - \Delta t$  における値から一次補間法などにより求めて、それらを  $H_A, Q_A, H_B, Q_B$  ( $A$  は  $x$  軸(-)側,  $B$  は  $x$  軸(+)側) とすれば

$$\{H[m, t] - H_A\} \cdot S + \{Q[m, t] - Q_A\} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$\{H[m, t] - H_B\} \cdot S - \{Q[m, t] - Q_B\} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

となる<sup>(2)(3)</sup>。ただしこの方法は近似解法であって、 $n''$  をあまり大きくすると誤差が増大する。しかし、管路が複雑であると、それを構成するすべての管路を同一の  $\Delta t$  によってうまく分割することは、前2者の方法ではなかなかむずかしいから、そのようなときには有効な方法である。

4. 各種境界条件

4.1 管摩擦損失

管摩擦損失を水撃作用の基礎式に含めて解く方法もあるが<sup>(3)(4)</sup>ここでは管路の分割点に摩擦損失を集中しておく方法<sup>(5)(6)</sup>を採用した。

図3のように管路を等間隔  $L = a \cdot \Delta t$  に分割し、各分割点に集中摩擦損失  $\Delta H$  を置き  $(m-1), (m), (m+1)$  点について考える。分割点の  $x$  軸(+)側の水頭を  $PH[m, t]$ , (-)側の水頭を  $MH[m, t]$  などと表わすと、集中摩擦損失  $\Delta H$  の定義および(6), (7)式から次の3式が成立する。

$$\Delta H[m, t] = PH[m, t] - MH[m, t] \dots\dots\dots (12)$$

$$MH[m, t] = \{Q[m-1, t - \Delta t] - Q[m, t]\} / S + PH[m-1, t - \Delta t] \dots\dots\dots (13)$$

$$PH[m, t] = -\{Q[m+1, t - \Delta t] - Q[m, t]\} / S + MH[m+1, t - \Delta t] \dots\dots\dots (14)$$

いま、

$$\Delta H[m, t] = -\zeta[m, t] \cdot Q[m, t] \cdot |Q[m, t]| \dots\dots\dots (15)$$

とすると

$$Q[m, t] = \{\mp 1 \pm \sqrt{1 \mp S \cdot \zeta[m, t] \cdot A[m, t]}\} / \{S \cdot \zeta[m, t]\} \dots\dots\dots (16)$$

( $A[m, t] \leq 0$ , 符号同順)

ただし、  $A[m, t] = -\{Q[m+1, t - \Delta t] + Q[m-1, t - \Delta t]\} + \{MH[m+1, t - \Delta t] - PH[m-1, t - \Delta t]\} \cdot S \dots\dots\dots (17)$

となる。

揚水発電所の過渡現象の計算では、一般に  $S \cdot \zeta[m, t] \cdot A[m, t]$  は1に比べて小さいから(16)式を級数展開すると

$$Q[m, t] = -\frac{1}{2} \cdot A \mp \frac{1}{8} S \cdot \zeta[m, t] \cdot A^2 - \frac{1}{16} \cdot S^2 \cdot \zeta^2[m, t] \cdot A^3 \mp \dots\dots\dots (18)$$

となって、 $-\frac{1}{2} A$  は  $\zeta[m, t] = 0$  のときの解となる。

$\zeta[m, t]$  は摩擦損失係数であって、流量によって変化するので  $t$  の関数とした。実際には、過渡現象中の摩擦損失係数については実測値に乏しいので、定常時のそれで代用せざるをえないようである。

4.2 貯水池

図4のように、 $x$  軸の正方向が貯水池から出て行く場合について考える。

貯水池の水位  $H_R$  を一定とし、貯水池の入口の分割点番号を  $(m)$  とすれば

$$MH[m, t] = H_R = \text{const.} \dots\dots\dots (19)$$

貯水池の入口に損失がない場合には

$$PH[m, t] = MH[m, t] = H_R \dots\dots\dots (20)$$

したがって(20)式と(14)式とを連立させて次式を得る。

$$Q[m, t] = Q[m+1, t - \Delta t] - S \cdot \{MH[m+1, t - \Delta t] - H_R\} \dots\dots\dots (21)$$

貯水池の入口に流量の2乗に比例する損失がある場合には

$$PH[m, t] = MH[m, t] - \zeta_R[m, t] \cdot Q[m, t] \cdot |Q[m, t]| \dots\dots\dots (22)$$



図5 ポンプ水車 (P. T)

(22) と (14) 式とを連立させて次式を得る。

$$Q[m, t] = \{ \mp 1 \pm \sqrt{1 \pm 4 \cdot S \cdot \zeta_R[m, t] \cdot A_R[m, t]} \} / \{ 2 \cdot S \cdot \zeta_R[m, t] \} \quad (23)$$

ただし

$$A_R[m, t] = Q[m+1, t-\Delta t] - S \cdot \{ MH[m+1, t-\Delta t] - H_R \} \quad (24)$$

( $A_R[m, t] \geq 0$ , 符合同順)

$x$  軸の正方向が図4と逆方向の場合は

$$Q[m, t] = \{ \pm 1 \mp \sqrt{1 \pm 4 \cdot S \cdot \zeta_R[m, t] \cdot A_R[m, t]} \} / \{ 2 \cdot S \cdot \zeta_R[m, t] \} \quad (25)$$

ただし

$$A_R[m, t] = -Q[m-1, t-\Delta t] + S \cdot \{ H_R - PH[m-1, t-\Delta t] \} \quad (26)$$

( $A_R[m, t] \geq 0$ , 符号同順)

である。

### 4.3 ポンプ水車

図5でポンプ水車の圧力トンネル側の分割点番号を  $n$ , 放水路側のそれを  $m$  とし,  $x$  軸の正方向が図示の方向の場合について考えてみる。

ポンプ水車内の圧力波の伝播時間を無視すると

$$H_T[t] = PH[n, t] - MH[n, t] \quad (27)$$

ポンプ水車, 発電電動機など回転体の運動方程式は

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{T}{J'}, \quad \text{ただし } J' = \frac{2\pi}{60} \cdot J \quad (28)$$

ポンプ水車の特性としてモデルテストで得られる完全特性曲線を用いることにすると

$$N_1 = MR \cdot \frac{N}{\sqrt{H_T}} \quad (29)$$

$$Q_1 = \frac{1}{MR^2} \cdot \frac{Q_T}{\sqrt{H_T}} \quad (30)$$

$$T_1 = \frac{1}{MR^3} \cdot \frac{T}{H_T} \quad (31)$$

と定義して, 次の形で得られる。

$$Q_1 = Q_1(N_1, G.V.O) \quad (32)$$

$$T_1 = T_1(N_1, G.V.O) \quad (33)$$

$G.V.O$  は時間  $t$  の関数としてよい。すなわち

$$G.V.O = g_v(t) \quad (34)$$

以上(27)~(34)式の8個の式がポンプ水車で成立する。

いま, ポンプ水車の出入口に流量の2乗に比例する抵抗が存在するとし, そのおのおのの損失係数を  $\zeta_n, \zeta_m$  とする。また  $n, m$  側の管路の  $S$  をそれぞれ  $S_n, S_m$  とすると

$$Q[m, t] = Q[n, t] = -Q_T[t] \quad (35)$$

であるから, (12)~(15)式に相当する式を  $n, m$  点側に適用して整理すると, (27)式は

$$H_T[t] = A_T[t] + b \cdot Q_T[t] + c \cdot Q_T[t] \cdot |Q_T[t]| \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } A_T[t] &= PH[n-1, t-\Delta t] - MH[m+1, t-\Delta t] \\ &+ \frac{Q[n-1, t-\Delta t]}{S_n} + \frac{Q[m+1, t-\Delta t]}{S_m} \\ b &= \frac{1}{S_n} + \frac{1}{S_m} \\ c &= \zeta_n + \zeta_m \end{aligned} \right\} \dots (37)$$

となる。

もし座標軸の向きが図5と逆方向である場合には,  $A_T[t]$  のみが変わって次のようになる。

$$A_T[t] = MH[n+1, t-\Delta t] - PH[m-1, t-\Delta t] - \frac{Q[n+1, t-\Delta t]}{S_n} - \frac{Q[m-1, t-\Delta t]}{S_m} \dots (38)$$

完全特性曲線は実験データであるので, (32)と(33)式とを数式化することはむずかしい。一般に, 運転点が飛躍的に変化することはないから, 時刻  $t-\Delta t$  における運転点から見当をつけて, 時刻  $t$  における  $N_1$  近傍の(32)式を次のように表わす。ただし  $G.V.O$  は(34)式から求める。

$$Q_1[t] = p \cdot N_1[t] + q \quad (39)$$

(39)式に(29), (30)式を代入して整理すると次式になる。

$$H_T[t] = \frac{\{Q_T[t]\}^2}{q^2 \cdot MR^4} - \frac{2p \cdot N[t] \cdot Q_T[t]}{q^2 \cdot MR} + \left\{ \frac{MR \cdot p \cdot N[t]}{q} \right\}^2 \quad (40)$$

次に時刻  $(t-\Delta t)$  から  $(t)$  までの間で  $N_1$  が近似的に不変であると考えると, (31)と(34)式から時刻  $(t-\Delta t), (t-\frac{1}{2}\Delta t), (t)$  に対する  $T_1$  を求めることができる。  $H_T$  も近似的に  $(t-\Delta t)$  における値を用いると, (28)式はシンプソン公式により積分できて

$$N[t] = N[t-\Delta t] - \left\{ T_1[t-\Delta t] + 4T_1\left[t-\frac{1}{2}\Delta t\right] + T_1[t] \right\} \times H_T[t-\Delta t] \cdot MR^3 \cdot \frac{\Delta t}{6J'} \quad (41)$$

となって  $N[t]$  が求められるから, (40)式は  $H_T[t]$  と  $Q_T[t]$  との関係式になる。

ポンプ水車の特性を表わす(40)式と管路の条件(36)式から  $H_T[t]$  を消去すると

$$\{Q_T[t]\}^2 - 2D \cdot Q_T[t] + E = 0 \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } D &= \frac{p \cdot N[t]}{q^2 \cdot MR} + \frac{b}{2} \\ &= \frac{1}{q^2 \cdot MR^4} - c \cdot \frac{|Q_T[t]|}{Q_T[t]} \\ E &= \left\{ \frac{MR \cdot p \cdot N[t]}{q} \right\}^2 - A_T[t] \\ &= \frac{1}{q^2 \cdot MR^4} - c \cdot \frac{|Q_T[t]|}{Q_T[t]} \end{aligned} \right\} \dots (43)$$

(42)式の解を求めるためには,  $Q_T[t]$  の正負を判定する必要がある。まず(43)式で  $c=0$  とおいて(42)式を次の形にする。

$$\{Q_T'[t]\}^2 - 2D' \cdot Q_T'[t] + E' = 0 \quad (44)$$

ただし  $D', E'$  は(43)式で  $c=0$  とおいた  $D, E$  である。

$$\therefore Q_T'[t] = D' \pm \sqrt{D'^2 - E'} \quad (45)$$

(+), (-)の符号のうちどちらを取るかを定めるために, いま(39)式に(29), (30)式を代入してみると次式になる。

$$\frac{1}{MR^2} \cdot \frac{Q_T[t]}{\sqrt{H_T[t]}} = p \cdot MR \cdot \frac{N[t]}{\sqrt{H_T[t]}} + q$$

$$\therefore \sqrt{H_T[t]} = \left( \frac{Q_T[t]}{MR^2} - p \cdot MR \cdot N[t] \right) / q \quad (46)$$

$\sqrt{H_T[t]} \geq 0$  であるから(46)式より

$$\left. \begin{aligned} q > 0 \text{ のときは } & Q_T[t] > p \cdot MR^3 \cdot N[t] \\ q = 0 \text{ のときは } & Q_T[t] = p \cdot MR^3 \cdot N[t] \\ q < 0 \text{ のときは } & Q_T[t] < p \cdot MR^3 \cdot N[t] \end{aligned} \right\} \dots (47)$$

でなければならない。(45)式に  $D', E'$  を代入すると

$$Q_T[t] = p \cdot MR^3 \cdot N[t] + \frac{b}{2} \cdot q^2 \cdot MR^4 \times \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4}{b^2 \cdot q^2 \cdot MR^4} (A_T[t] + b \cdot p \cdot MR^3 \cdot N[t])} \right\} \quad (48)$$

表1  $Q_{T'}$  と  $Q_T$  の符号の関係

1.	$Q_{T'} > 0$ のとき このとき	$D' > 0, E' > 0$ である。 $D > D', E > E'$ であるから	$Q_T > 0$
2.	$Q_{T'} < 0$ のとき このとき	$D' > 0, E' < 0$ のとき $D > D', E < E'$ であるから	$Q_T < 0$
3.	$Q_{T'} < 0$ のとき このとき	$D' < 0$ のとき $D < D'$ であるから	$Q_T < 0$
4.	$Q_{T'} = 0$ のとき このとき	$E' = 0$ である $E = 0$ であるから	$Q_T = 0$

となるから(47)式の条件は

$q > 0$  のときは(+)符号を採用する。

ただし  $A_T[t] + b \cdot p \cdot MR^3 \cdot N[t] < 0$

のときには(+)、(-)両符号とも(47)式の条件を満足する。

$q < 0$  のときは  $Q_T[t] < p \cdot MR^3 \cdot N[t]$  でなければならないから

$$A_T[t] + b \cdot p \cdot MR^3 \cdot N[t] > A_T[t] + b \cdot Q_T[t] = H_T[t] > 0$$

となり(-)符号を採用する。

問題は  $q > 0$  で  $A_T[t] + b \cdot p \cdot MR^3 \cdot N[t] < 0$  のときに(+)、(-)両符号ともに解となりうることであるが、 $q > 0$  で  $A_T[t] + b \cdot p \cdot MR^3 \cdot N[t] > 0$  のときは(+)符号を取らねばならないから  $A_T[t] + b \cdot p \cdot MR^3 \cdot N[t] < 0$  のときにもし(-)符号を採用すると  $A_T[t] + b \cdot p \cdot MR^3 \cdot N[t] = 0$  のところで解に不連続を生じる。したがって  $q > 0$  のときには(+)符号を採用しなければならない。

(32)式のように特性曲線を表現できるときには一般に  $q$  は負であるから、以後の計算では(-)符号についてのみ記述する。特性曲線を(32)式のように表現できないとき、たとえばポンプ領域で  $Q-H$  曲線に右上りの不安定領域があるようなとき、あるいは水車の無拘束速度より高い回転領域で一つの  $N_1$  に対し二つ以上の  $Q_1$  が存在するようなときには、そこでは(32)式を

$$N_1 = N_1(Q_1, G, V, O) \dots\dots\dots (32)'$$

のように表現しなければならない。

さて、表1に示すように  $c < \frac{1}{q^2 \cdot MR^4}$  のとき  $Q_{T'}[t]$  の符号と  $Q_T[t]$  の符号とは一致するから、(43)式より  $D, E$  を計算し、次式で  $Q_T[t]$  を求めることができる。

$$Q_T[t] = D - \sqrt{D^2 - E} \dots\dots\dots (49)$$

$Q_T[t]$  を使って、他の諸数値も求められる。

4.4 サージタンク

サージタンク内では  $a \rightarrow \infty$  とし、かつ水の慣性も無視して考える。図6のサージタンク基部の連続の式は、

$$Q[l, t] = Q[n, t] - Q[m, t] \dots\dots\dots (50)$$

タンクの水面変動は

$$A_s[H_s] \frac{dH_s}{dt} = Q[l, t] + Q'[t] \dots\dots\dots (51)$$

ただし、 $Q'[t]$  は他のタンクから流入する水量

サージタンク基部の損失を無視すると

$$PH[n, t] = MH[n, t] = PH[m, t] = \dots\dots = MH[l, t] \\ = H_s[t] + H_{so} + \Delta H[H_s, t] \dots\dots\dots (52)$$

ただし、 $\Delta H[H_s, t]$  はサージタンク水面にかかる圧力

(50)式に管路の基礎式の解(13)、(14)式を適用すると

$$Q[l, t] = a_s[t] - (S_n + S_m) \cdot \{H_s[t] + H_{so} + \Delta H[H_s, t]\} \dots (53)$$

ただし

$$a_s[t] = Q[n-1, t-\Delta t] - Q[m+1, t-\Delta t] \\ + S_n \cdot PH[n-1, t-\Delta t] + S_m \cdot MH[m+1, t-\Delta t] \dots (54)$$

$S_n, S_m$  は  $n, m$  側の管路の定数

(53)式を(51)式に代入してサージタンク水位の計算式を導くと

$$\frac{d}{dt} H_s[t] = \frac{1}{A_s[H_s]} \{a_s[t] - (S_n + S_m)$$

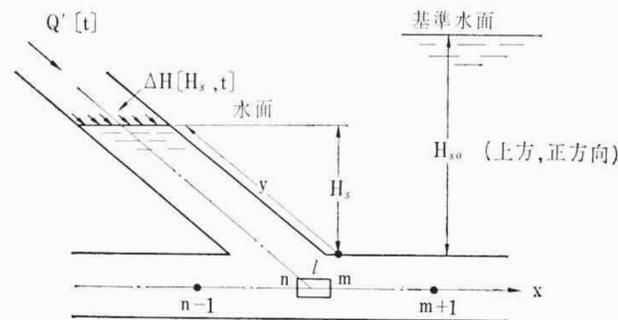


図6 サージタンク

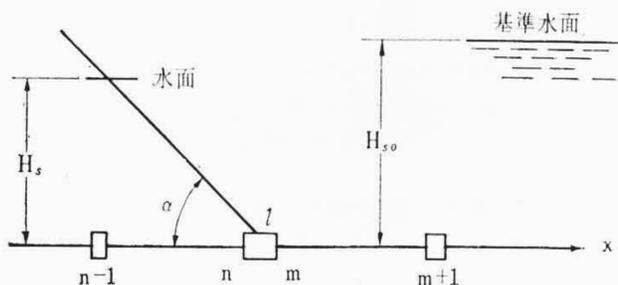


図7 サージタンク

$$\times (H_{so} + \Delta H[H_s, t] + H_s[t]) + Q'[t] \dots\dots\dots (55)$$

(55)式を  $H_s[t-\Delta t]$  を初期値として数値積分し、 $H_s[t]$  を求める。 $H_s[t]$  が求められれば(53)、(52)、(13)、(50)式からサージタンク基部の所要値が求められる。

図1に示す某発電所のサージタンク系の場合には、水位によっていくつかのサージタンクが合体したり、一つのサージタンクに幾組かの管路が接続されたりする場合がある。

たとえば、 $m_1$ 本のタンクが合体し、それに  $n_1$ 組の管路が接続されている場合に、タンクの水位表示の基準点として第1番目のタンクの取付部を取れば、(55)式において

$$\left. \begin{aligned} A_s[H_s] &= A_{s_1} + A_{s_2} + \dots\dots + A_{s_{m_1}} \\ a_s[t] &= a_{s_1}[t] + a_{s_2}[t] + \dots\dots + a_{s_{n_1}}[t] \\ H_s[t] &= H_{s_1}[t] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

とすればよい。他のタンクの水位表示は次式から求められる。

$$H_{s_1} + H_{so_1} = H_{s_2} + H_{so_2} = \dots\dots = H_{s_{m_1}} + H_{so_{m_1}} \dots\dots\dots (57)$$

また、(51)式の  $Q'[t]$  は別のタンクの上から越流して、いま考えているタンクへ流入してきた流量であるから、各タンクの水位と基部からの流入流量とを監視していれば算定できる。ただし、 $Q'[t]$  は時刻  $t$  に該当タンクの水面に達する流量であるから、越流点から該当水面まで落下するに要する時間を考慮する必要がある。とくに某発電所のように管路がゆるやかに傾斜しているときにはこの時間を無視できない。

以上では、サージタンク内の水の慣性を無視して考えたが、水の慣性を考えた場合について触れておく。

図7のようなサージタンクについて考える。

サージタンクの水面変化の式は(51)式と同じである。

$$\frac{dH_s}{dt} = \frac{1}{A_s[H_s]} \cdot Q[l, t] \dots\dots\dots (58)$$

ただし、サージタンクへ上部から流入してくる水については考えない。またサージタンク水面にかかる圧力は大気圧であるとする。

サージタンク内の水の運動方程式は、サージタンク内の水が同一速度で動くと考えれば

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\gamma}{g} \cdot y \cdot Q[l, t] \right\} = \gamma \cdot A_s' \cdot \{H[l, t] - H_s[t] - H_{so}\} \dots (59)$$

$$\therefore \frac{d}{dt} \{H_s[t] \cdot Q[l, t]\} = g \cdot A_s \cdot \sin^2 \alpha \cdot \{H[l, t] - H_s[t] - H_{so}\} \dots\dots\dots (60)$$

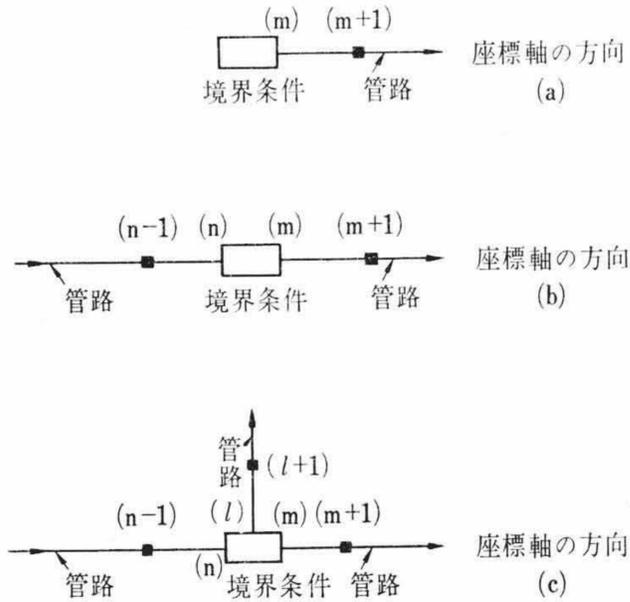


図8 境界条件と管路の接続

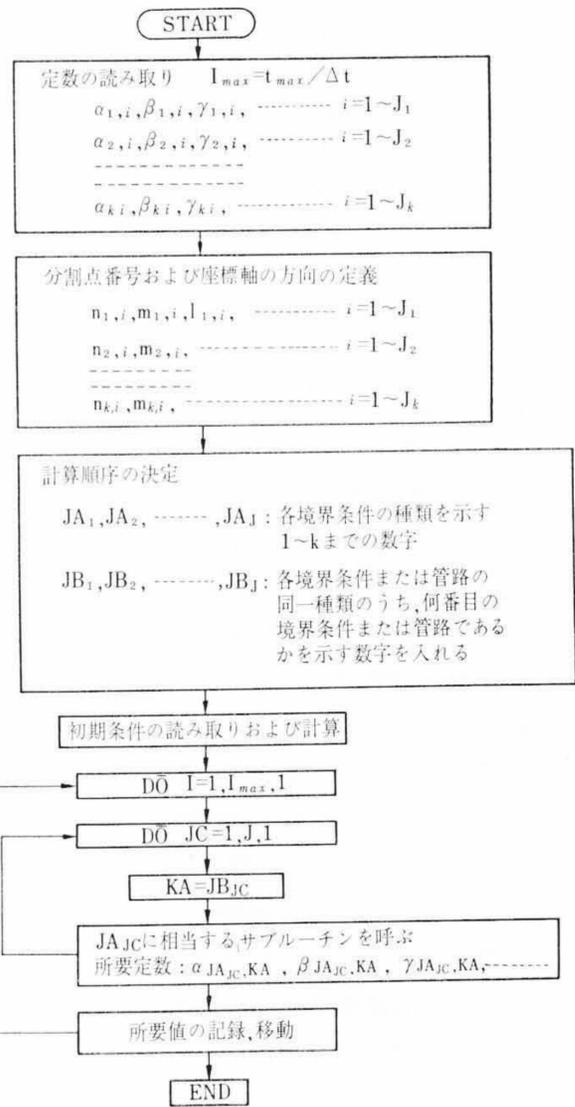


図9 流れ線図

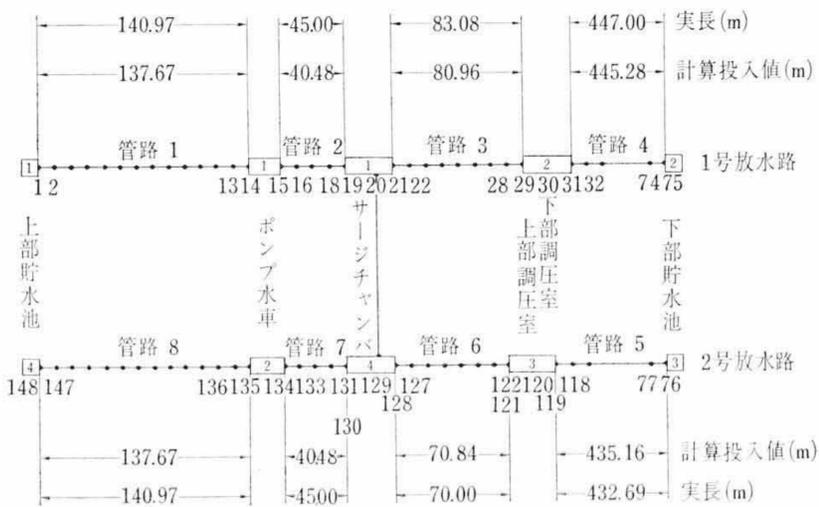


図10 管路の分割

6. 計算例

6.1 某揚水発電所の諸元, 計算条件

管路内の水撃波の伝播速度  $a$  は圧力トンネル側では 1,059 m/s, 放水路側が 1,012 m/s である。ただし, 放水路側には断面積が徐々に変化している部分もあるが, 単一の管と見なした。また, 圧力トンネル側にも管路の断面積が異なり, したがって  $a$  が異なる部分があるが, 次式によって平均の  $a$  を計算した。

$$a = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_i}{\frac{l_1}{a_1} + \frac{l_2}{a_2} + \dots + \frac{l_i}{a_i}}$$

ただし  $l_1, \dots, l_i$  は  $a$  が  $a_1, \dots, a_i$  である部分の長さ  
管路の定数  $S$  は圧力トンネル側が 0.2107, 放水路側が 0.3314 である。この場合も  $a$  と同様にして平均の  $S$  を出した。

図10には  $\Delta t = 0.01$  秒としたときの管路の分割状態を示した。  
管路の摩擦損失については摩擦損失  $\Delta H_{loss} = f \cdot Q^2$  とおくと、 $f$  は圧力トンネル側で  $1.88 \times 10^{-5}$  ( $s^2/m^5$ ), 放水路側では図10に示す管路名を使って表2に示すとおりである。

ポンプ水車関係では発電電動機の  $GD^2$  が 12,000 ton-m<sup>2</sup> なので, ランナ分をこれの1割と見積って  $GD^2 = 13,200$  ton-m<sup>2</sup> とした。したがって

表2 放水路側管路の摩擦損失係数

$$f = \frac{\Delta H_{loss}}{Q^2} \quad (s^2/m^5)$$

管路名	管路の長さ	$f$	管路名	管路の長さ	$f$
2	45.00	$25.7 \times 10^{-7}$	5	432.69	$247.6 \times 10^{-7}$
3	83.08	$47.5 \times 10^{-7}$	6	70.00	$40.0 \times 10^{-7}$
4	447.00	$255.7 \times 10^{-7}$	7	45.00	$25.7 \times 10^{-7}$

ただし  $H[l, t] = MH[l, t] = PH[l, t]$  ..... (61)

一方管路の基礎式の解(13), (14)式から

$$H[l, t] = \{a_s[t] - Q[l, t]\} / (S_n + S_m) \dots\dots\dots (62)$$

ただし,  $a_s[t]$  は (54) 式と同じである。

(60)式に(62)式を代入して

$$\frac{dQ[l, t]}{dt} = \frac{g \cdot A_s \cdot \sin^2 \alpha}{H_s[t]} \cdot \left\{ \frac{a_s[t] - Q[l, t]}{S_n + S_m} - H_s[t] - H_{so} \right\} - \frac{\{Q[l, t]\}^2}{A_s \cdot H_s[t]} \dots\dots\dots (63)$$

(58)式と(63)式とを数値積分して  $Q[l, t]$  と  $H[l, t]$  とを求めれば, 他の所要値は(61), (62), (52), (13), (50)式から求められる。

5. 各種境界条件の結合

前章で述べた各種の境界条件はいずれもその境界条件自身の特性を示す諸数値のほかに, その境界条件に接続している管路の境界条件から1分割離れた点, 図8の(a)図でいえば(m+1)点, (b)図では(m+1)点と(m-1)点, (c)図では(m+1), (l+1), (n-1)点などにおける時刻(t-Δt)での流量と水頭とを与えれば, 時刻tにおける値を求めることができる。時刻(t-Δt)での管路および各境界条件の値はすべて判明しているから, 各境界条件はその出入口の分割点番号 l, m, n などと座標軸の向きとを与えてやれば, 他の境界条件とはまったく独立に計算できる。

いま, (k-1)種類の境界条件および管路(計k種類)が, それぞれ  $J_1, J_2, \dots, J_k$  個, 合計して J 個ある管路網の場合について, その流れ線図を示すと図9となる。

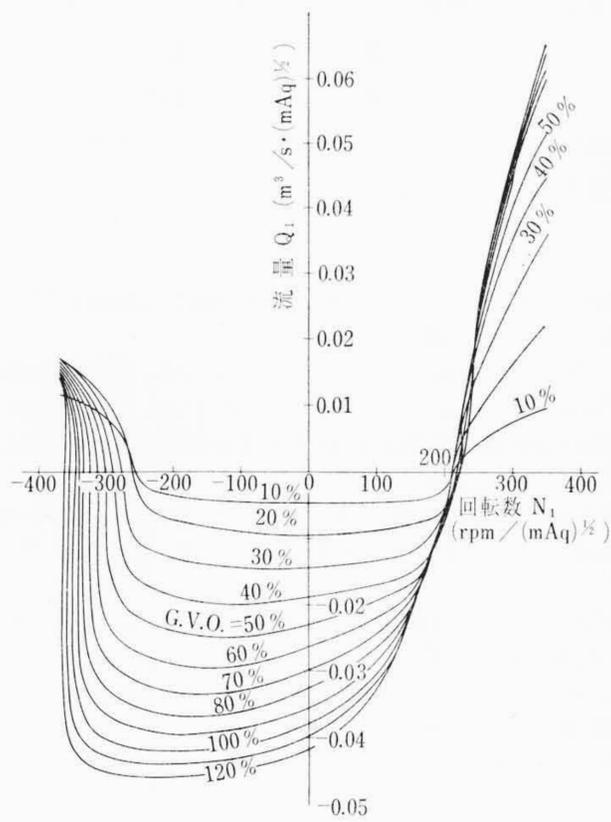


図 11 完全特性 流量曲線

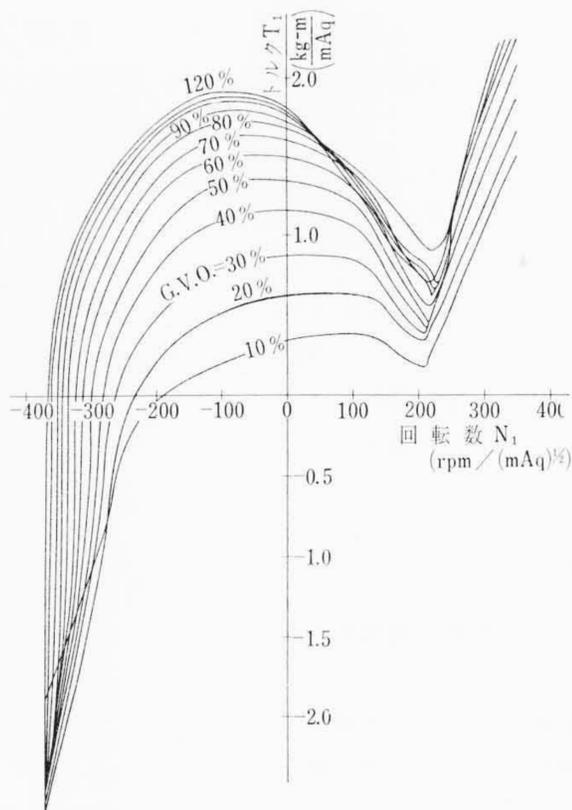


図 12 完全特性 トルク曲線

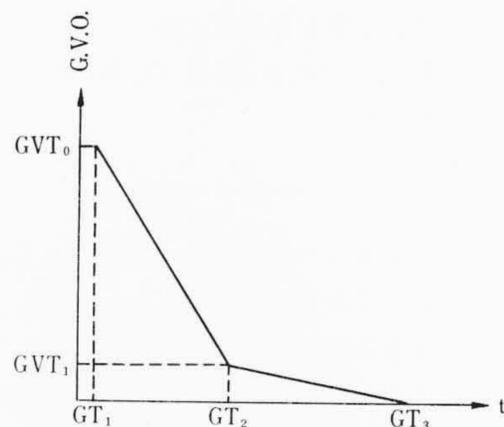


図 13 ガイドベーン閉鎖曲線

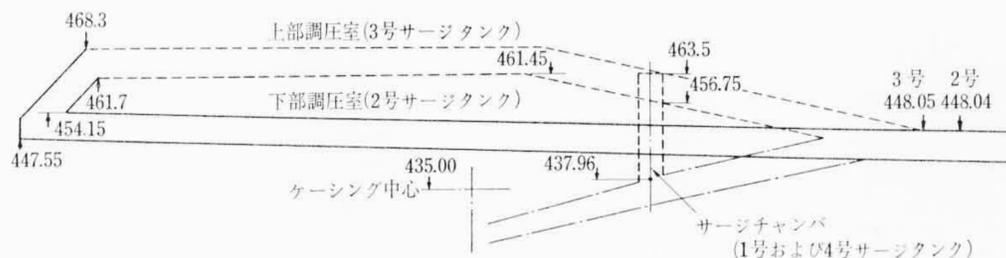


図 14 サージタンク系立面図と主要点の標高

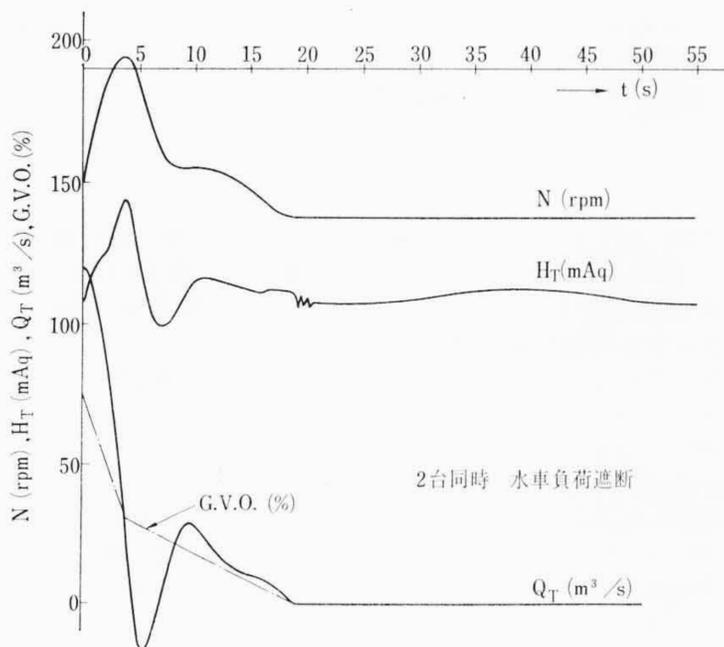


図 15 ポンプ水車過渡現象

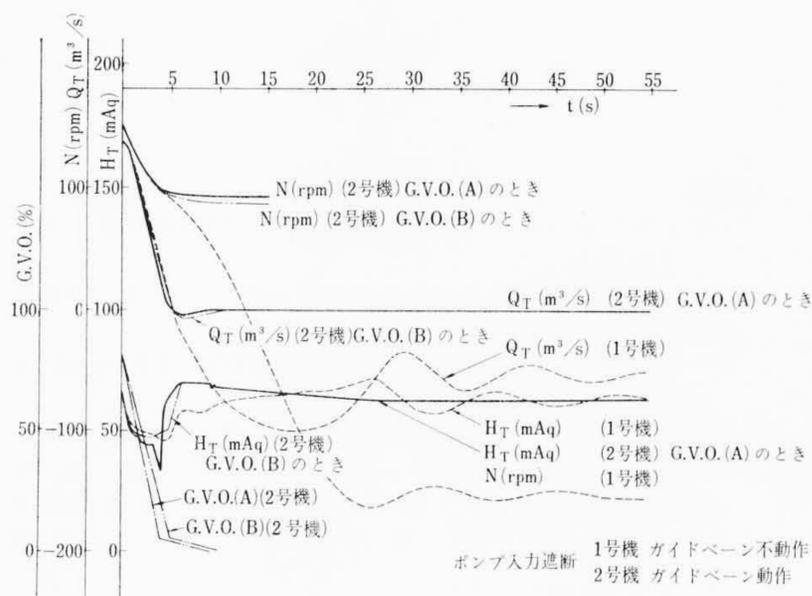


図 16 ポンプ水車過渡現象

表 3 初期条件

	ポンプ運転時	水車運転時		ポンプ運転時	水車運転時
回転数	150 rpm	150 rpm	下部貯水池標高	461.00 m	450.00 m
揚程(落差)	71 mAq	107.5 mAq	上部貯水池標高	531.04 m	558.23 m
流量	137.25 m³/s	119.9 m³/s			

$$J = \frac{\pi \cdot G D^2}{120 g} = 3.527 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{minute}$$

図 11, 12 はポンプ水車の完全特性を, 図 13 はガイドベーンの閉鎖方法を示したものである。

ガイドベーン不動作のときは初期のガイドベーン開度のままであ

ることはもちろんである。

図 14 にはサージタンク系の立面図と主要点の標高を示した。また表 3 には過渡現象を起こす直前の運転状態を示した。

### 6.2 計算結果

図 15 は最高落差からの 2 台同時水車負荷遮断で 1 号機と 2 号機とでは上部貯水池からサージチャンバまでまったく同一構成なのでその挙動にも差がない。回転数  $N$  と落差  $H_T$  とは定常運転時のそれらの 129% と 134% まで上昇する。流量  $Q_T$  は 4.5 秒から 7 秒までの間逆流領域(図 11 の第 4 象限)にはいつている。 $H_T$  はガイドベーン全閉後主として圧力トンネル側の影響で振幅約 4 mAq 程度の振動を起こし, さらにサージチャンバの水位変化の影響により約 6 mAq 程度の振幅のうねりを起こす。

図16は最低揚程からのポンプ入力遮断の場合で、点線は1号機(ガイドベーン不動作)、実線は2号機のガイドベーンをG.V.O(A)のように閉鎖したとき、鎖線はG.V.O(B)のように閉鎖したときの挙動である。

1号機は約5.25秒で正転逆流域、12.7秒で逆転逆流域、26秒で無拘束速度に達し、揚程の最低値は定常運転時の65%程度まで低下する。

2号機でG.V.O(A)のようにガイドベーンを閉鎖したときの $H_T$ はすこしガイドベーンの上め方が早いために、まだポンプ方向に流れている水を急激に止めることになり、4秒付近に負のピークが出ている。これをG.V.O(B)のようにゆっくり閉鎖するとピークは出ない。

## 7. 結 言

某揚水発電所の複雑なサージタンク系を持つ放水路の過渡現象解明のために使用した計算法について報告した。

最近大形高速電子計算機の発達により、複雑な水路系の水撃現象も、従来の手計算や図式解法とは段違いに簡単にかつ短時間に解析できるようになった<sup>(7)</sup>。

しかしながら、計算手段の点では飛躍的進歩があるとはいうもの

の、たとえば過渡現象中の管摩擦損失を定常運転時のそれで代用したときの誤差、あるいは本報告の計算例のような細長いサージタンクに通常のサージタンクの計算式を適用したときの誤差など、基礎的なデータ集積の面でまだ不十分なところが多々ある。今後これらの問題点の解明に努力する所存である。

## 参 考 文 献

- (1) J. Parmakian: Water Hammer Analysis: Dover Publications Inc. New York
- (2) M. Lister: The Numerical Solutions of Hyperbolic Partial Differential Equations by the Method of Characteristics. (Mathematical Method for Digital Computers), John Wiley & Sons, Inc. New York, N.Y., 1960
- (3) Victor L. Streeter: Water Hammer Analysis Including Fluid Friction: Trans. of ASCE, Vol. 128, Part I, No. 3502, 1963
- (4) 宮代: ポンプ系の水撃の解析: 日本機械学会誌, Vol. 70, No. 578 p. 376~383, 1967
- (5) 大島, 大山, 田中: 非定常層流の流量応答性の解析: 日本機械学会前刷集 No. 138, 114, 1966
- (6) 林: 管路の非定常水流: 日本機械学会誌, Vol. 66, No. 537, 昭 38
- (7) 山口: 日立評論, 46, 1920 (昭 39-11)

Vol. 49

日立評論

No. 7

## 目 次

## ■ 論 文

- 原子炉しゃへいにおけるガンマ線多重層透過のビルドアップ係数
- タービン群翼の軸方向静止時固有振動数と翼つづり枚数の関係
- ベネズエラ電力公社グリ発電所納 297,000HP (218,500kW) フランシス水車
- 熱間可逆圧延機の計算機制御—厚板ミルー
- 3MeVカスケード形電子加速器
- 全自動運転式コークス消火車けん引用20t電気機関車
- 日立ビルトイン形冷蔵庫の構造と性能

- R-125形日立冷蔵庫の冷却特性
- 電子管ヒータ絶縁アルミナの電着塗布(その1)
- 架空配電線の相間短絡時の電線横振れの理論的考察
- カラーテレビ受信機特集
  - カラーテレビジョン受信機における色信号復調方式
  - カラーテレビ受信機の高輝度化に対する諸問題
  - カラーテレビジョン受信機用偏向ヨークのコンバーゼンス特性に関する理論解析
  - 19形90度偏向カラーブラウン管490LB22, 490UB22
  - カラーテレビジョン用白色標準器
  - カラーテレビ映像中間周波増幅器用半導体集積回路

発行所 日立評論社

東京都千代田区丸の内1丁目4番地

取次店 株式会社 オーム社書店

振替口座東京71824番

東京都千代田区神田錦町3丁目1番地

振替口座東京20018番