

# 工業煤塵濃度の確率分布と集塵装置の保証集塵率 およびその許容差の数値解析

Probability Distribution of Industrial Flue Dust Concentration and Numerical  
Analysis of Guaranty Efficiency for Dust Collector and its Allowance

諫 早 典 夫\* 大 塚 馨 象\*\*  
Fumio Isahaya Keizô Ôtsuka

## 要 旨

工業用大形集塵(しゅうじん)装置の入, 出口煙道における煤塵(ばいじん)濃度の確率分布を観測した結果, これが時間的, 空間的に対数正規分布を示すことが明らかにされ, これに基づいて保証平均集塵率とその許容差を与える計算式を誘導した。この許容差は入, 出口煤塵濃度の確率分布の幾何平均および幾何標準偏差の確率関数として示されるが, これらの関係が定量的には握できるように, 工業的実用範囲について数値解析した結果の一例を紹介した。また, 電気集塵装置の設計基本因子の一つである粒子の見掛偏向速度(Apparent Migration Velocity)も同様に, 入, 出口煤塵濃度分布の幾何平均および幾何標準偏差の確率関数として表わせることを明らかにし, その数値解析結果の一例を紹介した。

## 1. 緒 言

工業用集塵装置の集塵率は, その入口および出口煙道における煤塵濃度(重量)を観測して求められる。この煤塵濃度は入口側においては, プラントの操業条件により時間的に変動する確率分布をもつ。さらに, その出口側においては, 集塵装置の運転条件や煤塵性状(たとえば, 粒度, 電気抵抗, 凝集性, 付着性, ガス温度, 湿度など)がその時間的変動因子として加わる。また, 一般に, 工業用集塵装置の入, 出口煙道の断面積は非常に大きく(数10~数100 m<sup>2</sup>), ガス偏流や煤塵粒子の慣性運動や重力沈降などのために, その断面における煤塵濃度は空間的な確率分布をもつようになる。さらに, これらの観測に際しては測定誤差も当然, 加わることになる。

このような結果として, 集塵装置の入, 出口煙道での煤塵濃度の観測値は, 時間的および空間的な確率分布をもつことを避けることはできないので, これから算定される集塵率も必然的に, 確率誤差(許容差)を伴うことになる。

したがって, 集塵率の合理的な保証は, これらのことを考慮して求められた平均集塵率とその分散とを数値的に表現したものでなければならない。しかし, 従来は, あるプラントの特定の操業条件のみを想定して, それに対応する一定の集塵率で保証するか, あるいは運転実績から得られた経験的な平均集塵率と変動幅で保証しているに過ぎないのが実状である。そこで, たとえば, 観測集塵率がこのようにして与えられた予測集塵率に対して差異が生ずると, その原因が煤塵性状の変動による必然的なものか, それとも装置に基因しているものなのかを客観的に判断することが困難になる場合がしばしば経験され, そのために, 合理的な対策をすみやかに実施するのに支障をきたすことが多い。

そこで, 本論文は, このような問題を解決するために, まず, 煙道内の煤塵濃度の時間的, 空間的確率分布を明らかにし, これに基づいて, 集塵率の保証方法とその具体的な数値解析結果の検討を試みたものである。また, 集塵現象のように多くの不確定因子を含む場合にその装置設計をより合理的に行なえるために, 粒子の見掛偏向速度の分散の求め方についても検討したものである。

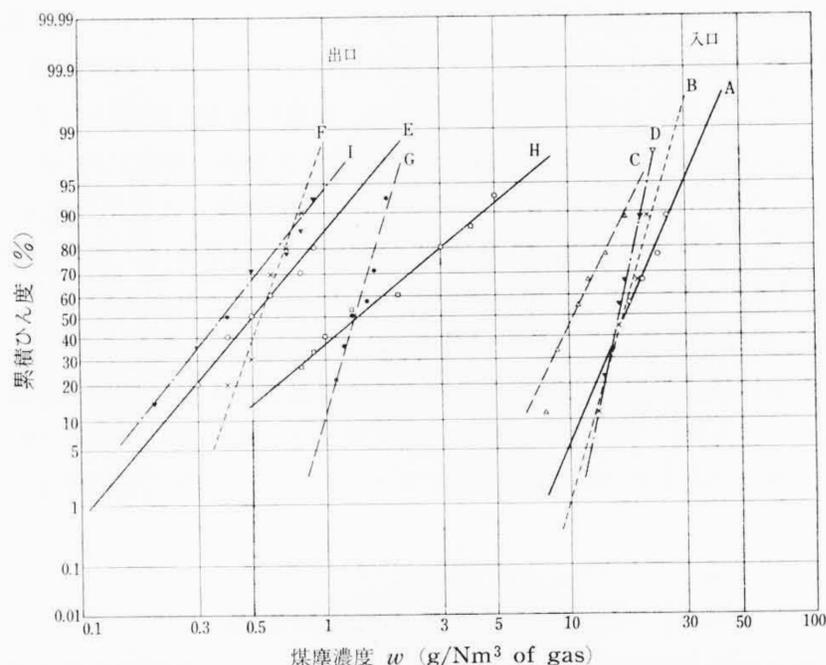


図1 工業用大形集塵装置の入出口煙道における煤塵濃度の時間的, 空間的確率分布の観測例

## 2. 工業煤塵濃度の時間的, 空間的確率分布

工業集塵装置として代表的な大容量火力発電用石炭専焼ボイラの排ガス浄化に使用されているフライ・アッシュ回収用MC-EP形(前置マルチサイクロン+電気集塵装置)集塵装置における観測例について, 以下, 説明を進めたい。

まず, 煤塵濃度の実測にあたっては, 入, 出口煙道断面を所定の数に等積区分し, 各区分の中心点付近でそれぞれ煤塵を等速抽気してその重量濃度分布が観測される。この場合, 各区分点を順次ずらし(トラバース)ながら測定する方法があり, これによると煙道の断面積の大きさにもよるが, 一般に, 10数点以上の測定を一とおり完了するのに要する時間は数時間となる。したがって, この方法によると, 煤塵濃度の空間的確率分布とその測定時間内における時間的確率分布とが合成された結果が得られる。

一方, 各区分点を同時に多点抽気し, これをある時間の間(周期)に数回繰り返せば, 煤塵濃度の空間的確率分布と時間的確率分布とが分離して測定できる。しかし, 一般には実測経費が安く, 手間の比較的にかからない前者のトラバース法が採用されている。

図1はこのようにして観測された煤塵濃度分布の一例を示したも

\* 日立製作所日立研究所 工学博士

\*\* 日立製作所日立研究所

のである。すなわち、これらのデータはボイラ微粉炭の硫黄分や電気集塵装置の運転電流などを変化させた場合に、その煤塵濃度分布がどのような影響を受けるかを調査した結果であるが、対数確率紙にプロットされたこれらのデータはいずれの場合も、ほぼ直線関係になることが明らかにされた。このことから、工業煤塵濃度の時間的、空間的確率分布が対数正規分布で近似できるという重要な結果が得られた。したがって、この場合の平均煤塵濃度は幾何平均で求めるべきであり、これは図1の累積ひん度50%に対応する煤塵濃度で与えられる。また、その偏差は幾何標準偏差であり、これは図1の累積ひん度84% (厳密には84.13%) および50%に対応するそれぞれの煤塵濃度の比で与えることができる。

この観測例から明らかなように、煤塵濃度分布の幾何平均および幾何標準偏差は、相当、大幅に変化しているが、その変動は入口側に比べ出口側のほうが大きくなる傾向にある。

なお、従来の平均煤塵濃度は算術平均  $\bar{w}_a$  で与えられていたが、本結果からこれが幾何平均  $\bar{w}_g$  で与えるほうが良いことが明らかになった。なお、両者は常に

$$\bar{w}_a > \bar{w}_g \dots\dots\dots (1)$$

ある関係にあり、また、煤塵濃度分布の分散が大きくなるほど、 $\bar{w}_g$  は  $\bar{w}_a$  に比べより低い値をとる性質をもっている。したがって、集塵装置の性能を出口煤塵濃度で保証する場合に、その平均煤塵濃度としてどちらの平均を採用すべきかは、非常に重要な問題となる。ただし、煤塵濃度の幾何標準偏差が約1.5より小さい場合には、 $\bar{w}_a \approx \bar{w}_g$  となるので、実用上、算術平均で与えても問題ないと考えられる。

また、本観測例では、煤塵濃度の幾何標準偏差  $\sigma$  は、入口側では、 $1 < \sigma_i < 1.5$  であり、出口側のそれは  $1 < \sigma_o < 3$  となっている。これは、工業集塵装置の一般的特性を示しているものと考えてよいが、この  $\sigma$  は後述の保証集塵率の許容差に大きな影響を及ぼす因子となるので、今後、さらに、諸種の工業プラントとその操業条件について、本文で示したと同様な観測データをできるだけ多く集積する必要がある。

### 3. 保証集塵率とその許容差

前述の検討結果により、工業集塵装置の入、出口煙道での煤塵濃度の確率分布が時間的、空間的に対数正規分布を示していることが明らかにされた。そこで、このような煤塵濃度分布の観測に基づいて算出される保証集塵率と許容差がどのようになるかを次に検討してみた。

まず、煤塵濃度の確率分布をガウスの正規分布と仮定すれば、その平均値  $\bar{w}$  および標準偏差  $\sigma$  の二つのパラメータで規定され、入口煤塵濃度  $w_i (\bar{w}_i, \sigma_i)$  および出口煤塵濃度  $w_o (\bar{w}_o, \sigma_o)$  としてそれぞれ表わされる。そこで集塵率  $\eta$  もその平均値  $\bar{\eta}$  および偏差  $\sigma_\eta$  によって次のように規定される。

$$\eta(\eta, \sigma_\eta) = 1 - \frac{w_o(\bar{w}_o, \sigma_o)}{w_i(\bar{w}_i, \sigma_i)} \dots\dots\dots (2)$$

したがって、その平均集塵率  $\bar{\eta}$  は

$$\bar{\eta} = 1 - \frac{\bar{w}_o}{\bar{w}_i} \dots\dots\dots (3)$$

と与えられ、また、 $\sigma_\eta$  は、次のようにして求められる。すなわち、一般に、正規分布を有している、いくつかの観測量  $a, b, c, \dots\dots$  がある (それぞれの標準偏差を  $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c, \dots\dots$  とする) 場合に、これらからさらに関数  $f(a, b, c, \dots\dots)$  で与えられる量の偏差  $\sigma_f$  は

$$\sigma_f = \left\{ \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \sigma_a^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \sigma_b^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial c} \right)^2 \sigma_c^2 \dots\dots \right\}^{1/2} \dots\dots (4)$$

として与えることができる。したがって、 $\sigma_\eta$  は同様にして

$$\begin{aligned} \sigma_\eta &= \sqrt{\left( \frac{\partial \eta}{\partial w_i} \right)^2 \sigma_i^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial w_o} \right)^2 \sigma_o^2} \\ &= \frac{\bar{w}_o}{\bar{w}_i} \sqrt{\left( \frac{\sigma_i}{\bar{w}_i} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_o}{\bar{w}_o} \right)^2} \\ &= (1 - \bar{\eta}) \sqrt{\left( \frac{\sigma_i}{\bar{w}_i} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_o}{\bar{w}_o} \right)^2} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

と与えることができる。ただし、(5)式の適用範囲は

$$\sqrt{\left( \frac{\sigma_i}{\bar{w}_i} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_o}{\bar{w}_o} \right)^2} \leq 1 \dots\dots\dots (6)$$

と限定される。

結局、(3)および(5)式から

$$\bar{\eta} \pm \sigma_\eta = \left( 1 - \frac{\bar{w}_o}{\bar{w}_i} \right) \pm (1 - \bar{\eta}) \sqrt{\left( \frac{\sigma_i}{\bar{w}_i} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_o}{\bar{w}_o} \right)^2} \dots (7)$$

と与えられる。

ここで、保証平均集塵率  $\bar{\eta}$  に対する許容差  $\Delta\eta$  は、その偏差  $\sigma_\eta$  によって決められるので、 $\Delta\eta = \sigma_\eta$  とするか、 $\Delta\eta = 2\sigma_\eta$  とするか、あるいは  $\Delta\eta = 3\sigma_\eta$  とするかは、ユーザとメーカーとの間の契約条件にも関連するので、いちがいに定められないが、今後、このような考えに立脚した合理的なルールが確立されることを望みたい。

以上は、煤塵濃度の確率分布がガウスの正規分布をもっと仮定して解析したものであるが、前述のように実際には、これが対数正規分布を示すことが明らかにされたので、次に、この場合について同様な解析を試みてみる。

対数正規分布の場合には(3)式および(5)式は次のように改められる。すなわち

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= 1 - \frac{e^{\ln \bar{w}_o}}{e^{\ln \bar{w}_i}} \\ &= 1 - \frac{\bar{w}_o}{\bar{w}_i} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\eta &= \sqrt{\left( \frac{\partial \eta}{\partial \ln w_i} \right)^2 (\ln \sigma_i)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial \ln w_o} \right)^2 (\ln \sigma_o)^2} \\ &= (1 - \bar{\eta}) \sqrt{(\ln \sigma_i)^2 + (\ln \sigma_o)^2} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

結局、(8)、(9)式より

$$\bar{\eta} \pm \sigma_\eta = \left( 1 - \frac{\bar{w}_o}{\bar{w}_i} \right) \pm (1 - \bar{\eta}) \sqrt{(\ln \sigma_i)^2 + (\ln \sigma_o)^2} \dots\dots (10)$$

ここに、 $\bar{w}_i, \bar{w}_o$ : 幾何平均煤塵濃度

$\sigma_i, \sigma_o$ : 煤塵濃度分布の幾何標準偏差、 $1 \leq \sigma \leq 2.7$

また、(9)式の簡略式として、 $\ln \sigma \doteq \sigma - 1$  であるから

$$\sigma_\eta \doteq (1 - \bar{\eta}) \sqrt{(\sigma_i - 1)^2 + (\sigma_o - 1)^2} \dots\dots\dots (11)$$

と与えることもできる。ただし、(12)式の場合には、 $1 \leq \sigma \leq 1.5$  である。

図2~図5は、この(9)式により工業的実用範囲の平均集塵率  $\bar{\eta}$  (90~98%) について、その許容差  $\sigma_\eta (= \Delta\eta)$  と入出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差  $\sigma_i, \sigma_o$  との関係を示したものである。これらから明らかなように、当然のことながら、集塵率の許容差  $\sigma_\eta$  は煤塵濃度分布の幾何標準偏差  $\sigma_i, \sigma_o$  の大なるほど増大する。

また、同一幾何標準偏差  $\sigma_i, \sigma_o$  に対しては、集塵率  $\bar{\eta}$  が高くなるほどその許容差  $\sigma_\eta$  は低下することなどが定量的には握できる。たとえば、 $\bar{\eta} = 95\%$  の場合 (図4)、入口煤塵濃度分布の幾何標準偏差が  $\sigma_i = 1.3$  であり、また、出口のそれが  $\sigma_o = 1.6$  であった場合、その許容差は  $\sigma_\eta = 2.7\%$  と求められる。したがって約68%の信頼度で  $\eta = 92.3 \sim 97.7\%$  を保証し得ることになる。

同様に、入口煤塵濃度分布の幾何標準偏差が  $\sigma_i = 1.2$  であり、出口のそれが  $\sigma_o = 1.4$  であった場合には、その許容差は  $\sigma_\eta = 1.9\%$  と求められる。したがって約68%の信頼度で集塵率93.1~96.9%を保証できる。また煤塵濃度の幾何標準偏差を  $2\sigma$  にとれば約96%の信

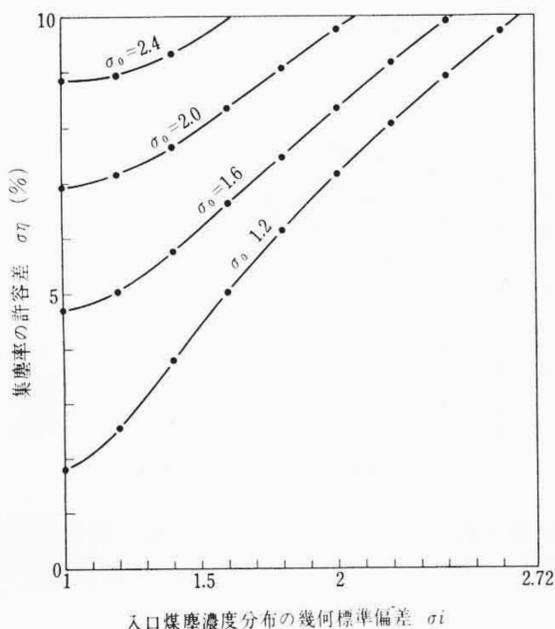


図2 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と保証平均集塵率 ( $\bar{\eta}=90\%$  の場合) の許容差との関係

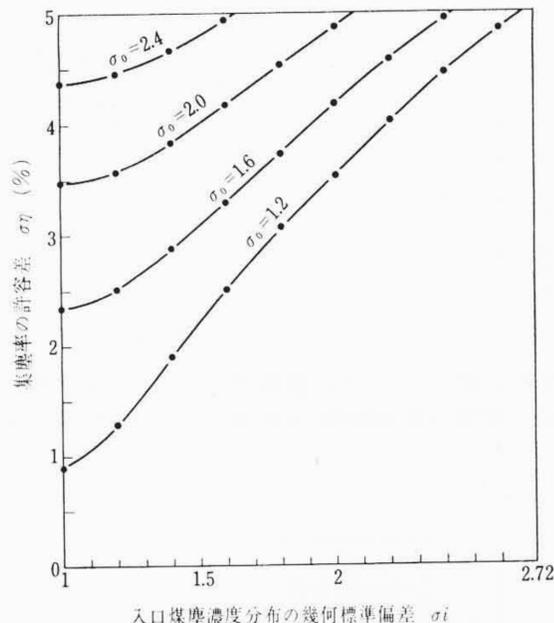


図4 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と保証平均集塵率 ( $\bar{\eta}=95\%$  の場合) の許容差との関係

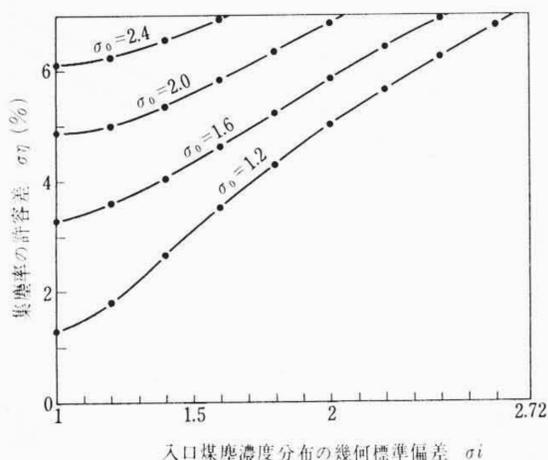


図3 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と保証平均集塵率 ( $\bar{\eta}=93\%$  の場合) の許容差との関係

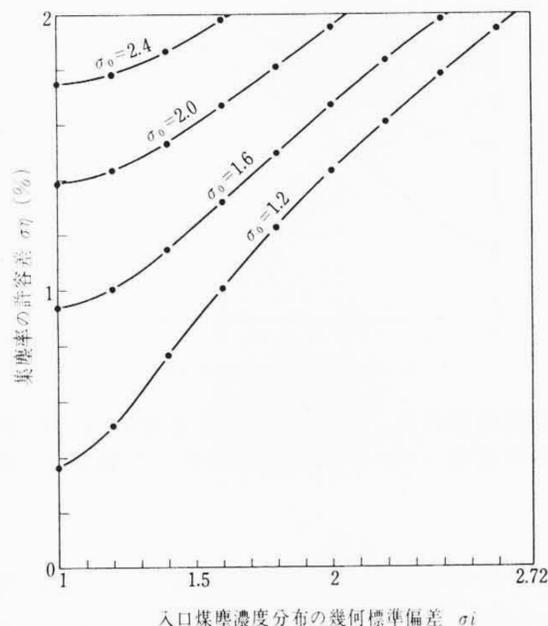


図5 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と保証平均集塵率 ( $\bar{\eta}=98\%$  の場合) の許容差との関係

頼度で集塵率 88.2~100% を保証し得ることになる。

4. 煤塵濃度の確率分布と粒子の見掛偏向速度 (Apparent Migration Velocity) との関係

電気集塵器の集塵率  $\eta$  は、一般に次に示す Deutsch の式により表わされる。実際にはこのように単純なものではないが、ここでは一応このように仮定して検討を進める。

$$\eta = 1 - \exp\left[-\frac{A}{Q} \omega\right] \dots \dots \dots (12)$$

- ここに、  $A$  : 集塵電極の有効表面積
- $Q$  : 処理ガス量
- $\omega$  : 粒子の見掛偏向速度 (Apparent Migration Velocity)

したがってこの (12) 式および前述の (3) 式より Apparent Migration Velocity  $\omega$  は

$$\omega = \frac{Q}{A} \ln \frac{w_i}{w_o} \dots \dots \dots (13)$$

と与えられる。

この  $\omega$  は電気集塵装置の設計元および運転パラメータとして重要な因子の一つとされているが、これは直接観測できる物理量ではなく、前述の集塵率  $\eta$  と同様に入、出口煤塵濃度の観測値から、(13) 式により算出され間接的に求められる見掛の物理量である。したがって、煤塵濃度の観測値が  $w_i(\bar{w}_i, \sigma_i)$  および  $w_o(\bar{w}_o, \sigma_o)$  なる対数正規確立分布を有する場合には  $\omega$  も  $(\bar{\omega}, \sigma_\omega)$  なる確率分布を有することになるので、次にこれを求めてみよう。

$$\begin{aligned} \sigma_\omega &= \sqrt{\left(\frac{\partial \omega}{\partial \ln w_i}\right)^2 (\ln \sigma_i)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial \ln w_o}\right)^2 (\ln \sigma_o)^2} \\ &= \frac{Q}{A} \sqrt{(\ln \sigma_i)^2 + (\ln \sigma_o)^2} \\ &= \frac{\bar{\omega}}{-\ln(1-\bar{\eta})} \sqrt{(\ln \sigma_i)^2 + (\ln \sigma_o)^2} \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{\omega} \pm \sigma_\omega = \frac{Q}{A} \ln \frac{\bar{w}_i}{\bar{w}_o} \pm \frac{\bar{\omega}}{-\ln(1-\bar{\eta})} \sqrt{(\ln \sigma_i)^2 + (\ln \sigma_o)^2} \dots \dots \dots (15)$$

なお、(14) 式の簡略式として  $(\ln \sigma \doteq \sigma - 1)$ ,

$$\sigma_\omega \doteq \frac{\bar{\omega}}{-\ln(1-\bar{\eta})} \sqrt{(\sigma_i - 1)^2 + (\sigma_o - 1)^2} \dots \dots \dots (16)$$

と与えることもできる。ただし、この (16) 式の場合には、 $1 \leq \sigma \leq 1.5$  とする。

図6~図9は、この (14) 式により、実用範囲の平均 Migration Velocity  $\bar{\omega}$  (5~20 cm/s) について、その偏差  $\sigma_\omega$  と煤塵濃度分布の幾何偏差  $\sigma_i$  および  $\sigma_o$  との関係を  $\bar{\eta}=95\%$  の場合について数値解析した結果を示したものである。

この  $\omega$  は電気集塵器を設計する際、一つの基本因子となるものであるが、従来は、観測煤塵濃度の算術平均値を (13) 式に代入して、求めていたので、算術平均的な定数として与えていたに過ぎないので、実際には、直観的、表面的な傾向をは握できるだけで、設計上の実用

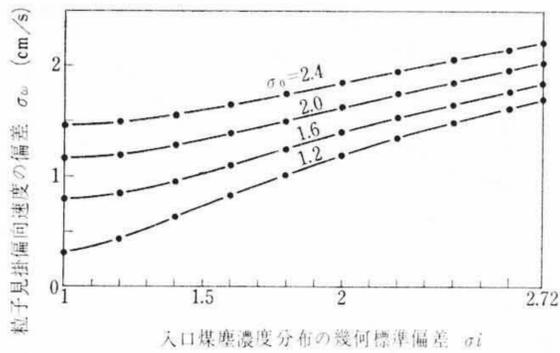


図6 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と粒子偏向速度 ( $\bar{\omega}=5\text{ cm/s}$  の場合) の偏差との関係

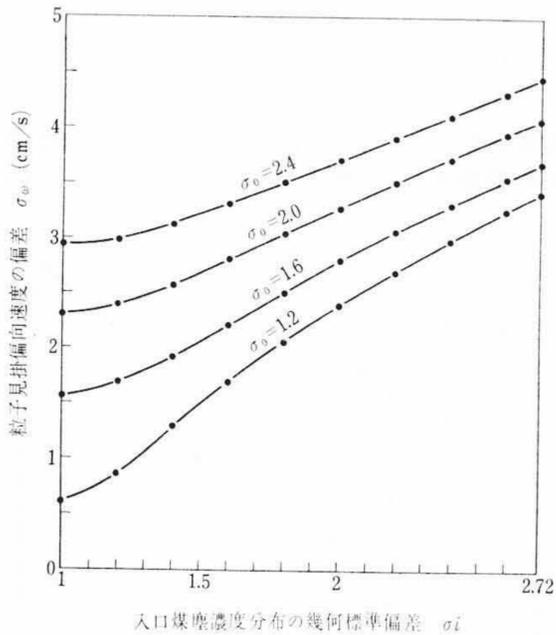


図7 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と粒子偏向速度 ( $\bar{\omega}=10\text{ cm/s}$  の場合) の偏差との関係

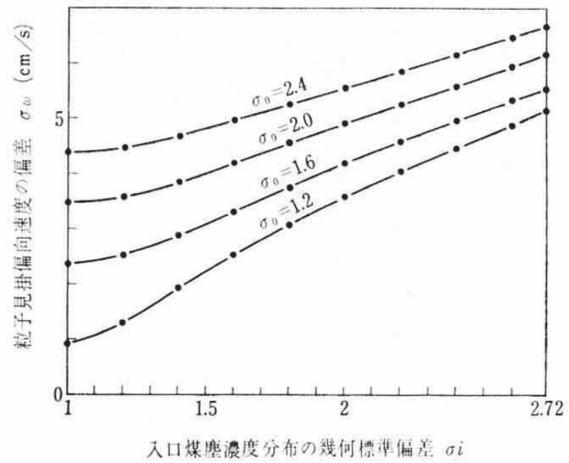


図8 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と粒子偏向速度 ( $\bar{\omega}=15\text{ cm/s}$  の場合) の偏差との関係

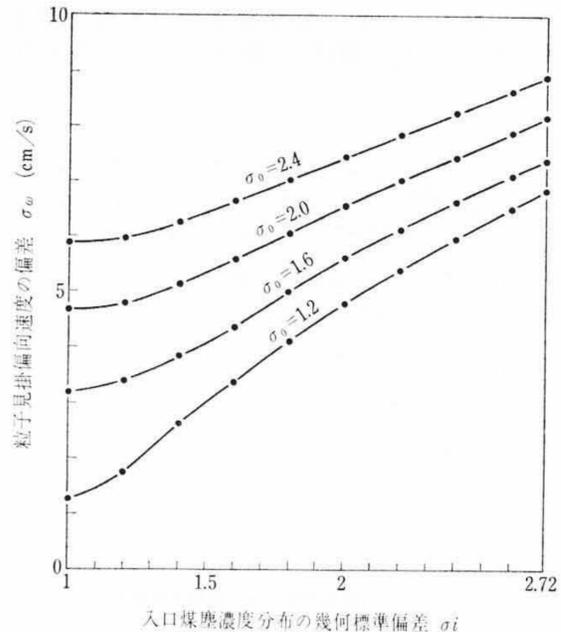


図9 集塵装置の入、出口煤塵濃度分布の幾何標準偏差と粒子偏向速度 ( $\bar{\omega}=20\text{ cm/s}$  の場合) の偏差との関係

効果は期待できなかった。しかし、本研究により、煤塵濃度の確率分布に関連させて $\omega$ を確率量として取り扱えるようになったので、今後の電気集塵装置の技術的発展に大いに役だつものとする。なお、この $\omega$ の確率分布については、最近、増田氏により純理論的な考察が行なわれている<sup>(1)</sup>。これでは、中心極限定理により、 $\omega$ がガウスの正規分布をもつと仮定して、電気集塵器の確率的設計法について、非常に興味深い理論解析が行なわれている。今後は、本論文で解析されたように、実際に観測された煤塵濃度分布から求められる $\omega$  ( $\bar{\omega}, \sigma_\omega$ )と、増田氏が純理論的に解析された確率的設計法の考え方を結び付けて電気集塵技術の発展に役だてたいと考えている。

### 5. 結 言

以上の研究結果を要約すると

- (1) 工業用大形集塵装置の入、出口煙道における煤塵濃度の時間的、空間的確率分布は対数正規分布を有することが明らかになった。
- (2) したがって、従来、平均煤塵濃度は算術平均 $\bar{w}_a$ で与えられるのが慣例になっていたが、これを幾何平均 $\bar{w}_g$ で与えるように改めることを提案する。なお、 $\bar{w}_a > \bar{w}_g$ である。
- (3) 保証集塵率はその平均値 $\bar{\eta}$ と許容差 $\sigma_\eta$ とで与えられるべきで、これをその入、出口煤塵濃度分布 $w_i(\bar{w}_i, \sigma_i)$ および $w_o(\bar{w}_o, \sigma_o)$ から求める計算式を本文(10)式のように与えることができた。

すなわち、

$$\bar{\eta} \pm \sigma_\eta = \left(1 - \frac{\bar{w}_o}{\bar{w}_i}\right) \pm (1 - \bar{\eta}) \sqrt{(\ln \sigma_i)^2 + (\ln \sigma_o)^2}$$

(4) 電気集塵器の設計基本因子である粒子の見掛偏向速度 (Apparent Migration Velocity)  $\omega$ は、従来、単に定数として与えられていたために実用価値が低くかったが、これを本文(15)式のように、確率量として与えることができたので、実用効果が高められた。すなわち、

$$\bar{\omega} \pm \sigma_\omega = \frac{Q}{A} \ln \frac{\bar{w}_i}{\bar{w}_o} \pm \frac{\bar{\omega}}{-\ln(1 - \bar{\eta})} \sqrt{(\ln \sigma_i)^2 + (\ln \sigma_o)^2}$$

今後に残された問題としては、増田氏が純理論的に解析された、電気集塵器の確率的設計法の考え方と本研究で明らかにされた、煤塵濃度分布の観測結果から求められる確率量としての粒子の見掛偏向速度 $\omega$  ( $\bar{\omega}, \sigma_\omega$ )との結び付きを検討することである。

### 参 考 文 献

- (1) Senichi Masuda: Staub Reinhaltung der Luft, Bd., 26, Nr. 11, Nov. 1966, "Statistische Betrachtungen über den Abscheidegrad des Elektrofilters"