# 大容量変圧器巻線の短絡強度

Mechanical Strength of Large Power Transformer Windings under Short-circuit Conditions



## 1. 緒 言

短絡事故例あるいはモデル実験例からその破壊状況を分類すると おおよそ次のようになる。



内側巻線の座屈強度に、内側に拘束がないときの円筒の静圧に対する弾性座屈式を適用する<sup>(4)</sup>のは不合理で、E.A. Mankin 氏など



も実験的にその不合理性を指摘している<sup>(5)</sup>。Mankin 氏の破壊写真 によれば従来の支持に対する考え方が楽観的であったといえる。筆 者らはすでに支持効果のほかに,電線の弾塑性などを考慮した一般 式を提案した<sup>(2)</sup>。

巻線全体のずれ、くずれ、せり上がりなどは支持不良、締付不良 に起因するもので、注意深い作業によって防止できる現象である。 圧壊については、L. Torseke 氏らがすでに基本式を得ているが<sup>(6)</sup>、 適用には注意しなければならない。塑性崩壊については極限設計を 適用する考えがあるが<sup>(7)</sup>、コイルに適用できる根拠は不明である。

巻線の軸方向破壊を防止するには振動による変位などを減少させ ることが最も重要である。筆者らはコイル間ダクトピースとコイル 以外の絶縁物の比率,コイル質量などと振動の有機性をすでに明ら かにした<sup>(1)</sup>。そのほか,巻線の振動には,巻線中のアンペア・ター ン(AT)分布などが関係する。

本論文はこれらの論文について筆者らの見解をまとめたものである。

#### 2. コイルの圧壊

図1にコイルの圧壊現象を示す。単線で構成したコイルの圧壊強 度としては, L. Torseke 氏が曲げモーメントの釣合いから次式を得 ている<sup>(6)</sup>。

 $F_1 = \frac{n_d b_d E_p d^3}{6h} + \frac{\pi E_c dh^2}{6R}$  (kg) .....(1) ここで、 d: 電線の厚さ (cm) h: 電線の幅 (cm) R: コイルの平均半径 (cm) n\_d: コイル間ダクトピース全周当たりの数



*p*=圧力 (kg/cm<sup>2</sup>)
 *d*<sub>m</sub>=最大たわみ (cm)
 図 2 圧力分布と境界条件

$$F_1 = B_R B_K \frac{n_d E_p m^{\alpha} d^3 b_d}{6h} + \frac{\pi m \beta dh^2 E_c}{6R} \quad (\text{kg}) \ \dots (2)$$

ここで,

$B_R$ :	平均半径による補正係数,	$B_R: 0.5 \sim 1.0$
$B_K$ :	絶縁厚さによる補正係数,	$B_K: 0.5 \sim 1.5$

 $\alpha, \beta$ : コイルの絶縁処理などによる定数,  $\alpha, \beta$ : 1.0~3.0

m: コイル当たりの電線本数

さらに動荷重に対しては、コイル間ダクトピースの機械的挙動が 変わるので(2)式は変わってくる。

#### 3. 塑性崩壊

短絡時の軸方向コイル力によって,巻線を構成する各巻回あるい はコイルがコイル間ダクトピース間で軸方向に塑性崩壊することが ある。従来塑性崩壊に対して極限設計の考えを適用してきた<sup>の</sup>。し かしこの考えをコイルに適用できる根処は実験的に確認されておら ず不明確であった。そのため筆者らは銅線の弾塑性を考慮して曲げ 計算を行なった。なお以下の計算は軸応力を無視できる場合を対象 とする。軸応力を考慮した計算は割愛するが,その影響はあまり大

			$b_d$ :	コイル	間ダク	トピ	ースの	幅	(cm)		
			$E_c$ :	電線の	弹性定	数	(kg/c	$m^2)$			
			$E_{p}$ :	コイル	間ダク	トピ	ースの	弹性	定数	(kg/c	<b>m</b> ³)
	1.	イルは・	一般に	電線数	(本によ	り構	成され	てい	るのて	善, (1) 式	はコイ
1	~に~	すぐ適	用でき	たい。	筆者ら	は別	途静的	実験	により	次式を	得た。
	*	日立製	[作所]	国分工	場	10000					
	**	日立象	作所	日立研究	究所						

きくない。

— 13 —

 $\frac{d^2v}{d\xi^2} = \chi$ 

図2に示すように, 圧力 p (kg/cm<sup>2</sup>) が加わるとき, はりの変形 を考える。曲げモーメント分布は次式で表わされる。

$$M = \frac{pl^2}{2} \left( \frac{1}{6} - \frac{\xi}{l} + \frac{\xi^2}{l^2} \right) \quad (\text{kg} \cdot \text{cm/cm}) \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで, χ: 曲率 (1/cm), v: たわみ (cm)

一方,銅線の応力 σ とひずみとを別途実験データから次のように仮 定する。

 $\sigma = \sigma_0 \varepsilon^\eta$  (kg/cm<sup>2</sup>) .....(4) ここで、  $\sigma_0, \eta$ : 定数

 $\sigma_0$ ,  $\eta$ にはばらつきがあるが, ここでは  $\sigma_0 = 2,650 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\eta = 0.2$ とする。図3はこのときの $\sigma$ とその分布を示したものである。図3 から

$$M=2\int_{0}^{\frac{h}{2}}\sigma x\,dx=\frac{2\sigma_{0}\left(\frac{2\varepsilon_{0}}{h}\right)^{\eta}}{2+\eta}\left(\frac{h}{2}\right)^{2+\eta}\quad (\text{kg}\cdot\text{cm/cm})\quad \dots (5)$$

図4は曲率半径 $\rho$ と最大ひずみ $\varepsilon_0$ との関係を示したものである。 図4から

$$\frac{1}{\rho} = \chi = \frac{2\varepsilon_0}{h} \quad (1/cm) \quad \dots \quad (6)$$

(5), (6)式から

$$M = \frac{2\sigma_0 \left(\frac{h}{2}\right)^{2+\eta}}{2+\eta} \chi^{\eta}$$

あるいは

$$\chi = \left\{ \frac{2+\eta}{2\sigma_0 \left(\frac{h}{2}\right)^{2+\eta}} \right\}^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{pl^2}{2}\right)^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{1}{6} - \frac{\xi}{l} + \frac{\xi^2}{l^2}\right)^{\frac{1}{\eta}}$$



M=曲げモーメント (kg) σ<sub>0</sub>=最大曲げ応力 (kg/cm<sup>2</sup>) ε<sub>0</sub>=最大ひずみ

図3 応力とひずみ分布



$$= \left(\frac{pl^2}{2}H\right)^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{1}{6} - \frac{\xi}{l} + \frac{\xi^2}{l^2}\right)^{\frac{1}{\eta}}$$
  
ここで,  $H = \frac{2+\eta}{2\sigma_0 \left(\frac{h}{2}\right)^{2+\eta}}$   
 $\xi = yl, \ v = zl \ \geq \ \cup \ \tau$ 無次元量  $y, \ z \ \in \ H \cup \ \Delta \geq \ \geq \$ 

$$\frac{d^{2}z}{dy^{2}} = l\left(\frac{pl^{2}}{2}H\right)^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{1}{6} - y + y^{2}\right)^{\frac{1}{\eta}}$$

$$= Pf_{y}(y) \qquad (7)$$

$$z z \neg c, \qquad P = l\left(\frac{pl^{2}}{2}H\right)^{\frac{1}{\eta}} = l\left\{\frac{2 + \eta}{4\sigma_{0}\left(\frac{h}{2}\right)^{2 + \eta}}pl^{2}\right\}^{\frac{1}{\eta}}$$

$$f_y(y) = \left(\frac{1}{6} - y + y^2\right)^{\frac{1}{\eta}}$$

y=0 で z=0, dz/dy=0 の境界条件と(7)式から最大たわみを求めると,最大たわみは y=0.5 (中央部) にあるので

$$z_{m} = (z)_{y=0.5} = c \int_{0}^{0.5} dt \int_{0}^{t} f_{y}(y) dy \dots (8)$$

ここで, *z<sub>m</sub>*:  $\delta_m/l$ ,  $\delta_m$ : 最大たわみ (cm) 電線の定数を上記のように  $\sigma_0=2,650 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\eta=0.2$  とすると (8)式から

図 5 は  $z_m$  と ( $p/\sigma_0$ )の関係を示したものである。 $z_m$ はある( $p/\sigma_0$ ) から急に大きくなる。これから塑性崩壊強度を求めるには  $z_m=0.01$  ~0.03 にすればよい。(9)式において  $z_m=0.01$  とおけば





従来の極限設計を取り入れた強度計算式は

$$w_{c'} = \frac{4mdh^2}{l^2}\sigma_c \ (kg/cm)^{(7)}$$

 $\sigma_e$ : 電線を完全塑性体としたときの降伏応力 (kg/cm<sup>2</sup>)  $\sigma_e=1,000 \text{ kg/cm}^2$  とすると  $w_c'$  は

(10), (11) 式から

$$\frac{w_c}{w_{c'}} = 1.48 \left(\frac{h}{l}\right)^{0.2}$$

5 < l/h < 10のとき、 $w_c/w_c' = 1.07 \sim 0.93$ になり両式は一致するが、 l/hが大きくなるとその差を無視できなくなり (10) 式によるべきで

-1

$$p = 5,910 \left(\frac{h}{l}\right)^{2.2} (kg/cm^2)$$

コイルの塑性崩壊強度 we としては、次式が得られる。

ここで, m: コイル当たりの電線本数 d: 電線の厚さ (cm) ある。

— 14 —

次に実験例を示す。従来動荷重に対するコイルの塑性崩壊強度を 解明するための簡単な実験法はなかった。特に動荷重として数百t を軸方向に加えるのはほとんど不可能であった。そのため筆者らは 簡便な実験を考案した。この実験法を特に「軸方向モデル実験法」 とする。図6は軸方向モデルの原理を示したものである。図6から わかるように軸方向モデルは交互配置巻線のコイル力分布を応用し



図6 軸方向モデル原理図





507



ここで変位u(x,t)と力F(x,t)を次のように直交関数の無限級数 と仮定する。

 $a_i(t), b_i(t)$ は直交関係から

i=1

#### 図7 塑性崩壊例

たもので、巻線を上下配置する。このとき上下巻線間に反発力とし てコイル力などが作用する。外部推力(コイル力の総和)は、コイル 間ダクトピースの材質、巻線上下の絶縁物のこわさ(バネ定数の大 きさ)によって違うが、約1,000 t にできる。図7は実験結果例であ る。塑性崩壊したときのコイル力を推定すると171~191 kg/cmの 間にあった。次に(10)式からこの例のweを算出するとwe=177 kg/ cmになり、実験結果にほぼ一致する。

以上のように塑性崩壊強度wcは(10)式で表わせることがわかる。

## 4. 軸方向の振動制御

軸方向の振動系に関しては,各種の数値計算がなされてきたが<sup>(8)</sup>, 解析解はまだ求められていない。数値計算では各種のパラメータの 影響がわからないので,筆者らは 7, δによって整理することを提案 した<sup>(1)</sup>。今回はさらに過渡応答をも考慮した解析解を求めようとす るものである。以下,軸方向振動系を分布定数系と見なし過渡振動 の理論<sup>(9)</sup>を採用して検討する。

軸方向変位に関する正規形振動を考える。

 $\frac{d^2 u_i(x)}{dx^2} + \left(\frac{\omega_i}{c}\right)^2 u_i(x) = 0 \quad (1/c \,\mathrm{m}^2) \dots \dots \dots \dots \dots (12)$ ここで, c: 音速 (cm/s),  $u_i(x)$ : 正規振動形  $\omega_i$ : 固有振動数 (rad/s)  $u_i(x) = A_{i1} \sin \frac{\omega_i x}{c} + A_{i2} \cos \frac{\omega_i x}{c} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (13)$ 

ここで、 $A_{i_1}, A_{i_2}$ :定数(無次元) 正規振動形であるから、 $u_i(x)$ は直交性を有する。 (a) (b) (a E C K MAY)

(16) ~ (18) 式から  

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left( a_i(t) \frac{d^2 u_i(x)}{dx^2} - \frac{1}{c^2} u_i(x) \frac{d^2 a_i(t)}{dt^2} + \frac{b_i(t) u_i(x)}{E_d S_d} \right) = 0$$
.....(21)  
(12), (21) 式から

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left( -\left(\frac{\omega_i}{c}\right)^2 a_i(t) - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 a_i(t)}{dt^2} + \frac{b_i(t)}{E_d S_d} \right) u_i(x) = 0 \quad \dots (22)$$

(22) 式に 
$$u_i(x) dx$$
 を乗じ、積分すると  

$$\frac{d^2 a_i(t)}{dt^2} + \omega_i^2 a_i(t) = \frac{c^2}{E_d S_d l_d} \int_0^{l_d} F(x, t) u_i(x) dx \dots (23)$$
さて  $F(x, t)$  は  $x$  の分布と  $t$  の分布の積で表わされるので

ここで、 $F_0$ =力の総和 (kg)  $f_1(x)$ に対しては

$$\frac{1}{l_d} \int_0^{l_d} f_1(x) \, dx = 1.0$$

(23)式の右辺は

$$\frac{c^2 F_0 f_2(t)}{E_d S_d l_d} \frac{1}{l_d} \int_0^{l_d} f_1(x) u_i(x) dx = \frac{c^2 F_0 k_i f_2(t)}{E_d S_d l_d} \dots \dots (25)$$

ki は i 次振動形が過渡応答に関与する程度を決定する量を表わ

図8は解析を進める振動系を示したものである。図8のように巻線を分布定数系とし軸方向に単位長当たりF(x,t) なる力を受ける場合を考えると運動方程式は

$$E_{d}S_{d}\frac{\partial^{2}u(x,t)}{\partial x^{2}} = \frac{\rho_{d}S_{d}}{g}\frac{\partial^{2}u(x,t)}{\partial t^{2}} - F(x,t) \quad \dots \dots \dots (15)$$

し, 関与率 (Participation Factor) といわれている。 (23) 式の解はラプラス変換により

$$a_{i}(t) = \frac{c^{2} F_{0} k_{i}}{E_{d} S_{d} l_{d} \omega_{i}} \int_{0}^{t} f_{2}(\zeta) \sin \omega_{i} (t - \zeta) d\zeta \dots (27)$$

 $D_i(t)$ は動荷重率 (Dynamic Load Factor) と呼ばれ,加振力の振



----- 16 -----

$$u(x,t) = \frac{c^2 F_0}{E_d S_d l_d} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{k_i D_i(t)}{\omega_i^2} u_i(x) \quad (\text{cm}) \quad \dots \dots \dots (29)$$

(29) 式からわかるように i 次振動形が関係する割合は  $k_i$ ,  $D_i(t)$ , ωi<sup>2</sup>によって決まる。

巻線の短絡電流iは

$$i=i_0\{\sin(\omega t-\theta)+e^{-r_L t}\sin\theta\}$$
 (A) .....(30)  
ここで、 $i_0$ : 電流最大値 (A)  
 $\omega$ : 電源角振動数 (rad/s)  
 $\theta$ : 投入位相 (rad)

(33), (34) 式の D<sub>i</sub>(t) を見ると i 次振動形に対する過渡応答の大 きさ、定常振動の大きさ、直流分の大きさを知ることができる。  $D_i(t)$ 中の過渡応答分と定常応答分の大きさは $\omega/\omega_i$ の関数になっ ているのでこれについて検討する。 図 9 は  $\theta = 0, \pi/2$  のときの過渡 応答分の振動数特性を示したものである。図9から $\theta=0$ では $\omega/\omega_i$ =0.5 のとき共振,  $\theta = \pi/2$  では  $\omega/\omega_i = 0.5$ , 1 のとき 共振 するが,  $\omega/\omega_i < 0.5$ のとき過渡応答の誘起割合は急速に小さくなることがわ かる。一般的に電源振動数より固有振動数を大きくするほうが過渡 振動には有効である。次に図 10 に  $\theta = 0, \pi/2$  のときの定常応答分の

L: 回路のインダクタンス (H) r: 回路の抵抗 (Ω) 電磁力 F(x,t) は

 $F(x,t) = \frac{F_0}{l_d} f_1(x) \left\{ \sin \left( \omega t - \theta \right) + e^{-\frac{r}{L}t} \sin \theta \right\}^2 \quad (\text{kg/cm})$ 簡単のため, 短絡後数サイクルを考え直流分の減衰を無視すると

振動数特性を示す。図10はωの振動と2ωの振動を示したもので あるが、 $\theta=0$ のときは2 $\omega$ のみ、 $\theta=\pi/2$ のときは両方の振動を合成 したものになる。定常振動は過渡振動とは逆で、電源振動数より固 有振動数を小さくするほうが小さい。しかし一般に固有振動数は高 次まで多数存在するので、電源振動数よりもすべての固有振動数を 小さくできない。 最も有効な ωi を選ぶにはさらに ki に関する考察 が必要である。



(26) 式の ki について検討する。 図 11 は 200 MVA 級 50% モデ

い。これを各次の固有振動数について行なうのであるが,図11の 例ではたかだか3まで考えればよい。なお過渡振動は系の減衰係数 により制御できるが,定常振動は共振点付近を除くと制御できない。 その意味で過渡振動が大きくなる可能性のあるときはその減衰を大 きくすることも振動を減少させるのに効果がある。

上記 A, B 分布のモデルの短絡実験を行なったが, 変位を測定す るとA分布のほうがB分布より小さく数分の一であった。このこと から上記の考察は実験的にも正当で軸方向の振動はじゅうぶん制御 できるといえる。

## 5. 結 言

大容量変圧器巻線の短絡強度のうち半径方向座屈強度,軸方向振動の一般的な理論解析の一部はすでに報告した<sup>(1)~(3)</sup>。本論文は, さらに軸方向の強度,軸方向振動特性の効果的な制御法などについて考察を加えたものである。要約すると次のようになる。

- (1) コイルの圧壊, 塑性崩壊などはまだ明らかにされていない。 そのため, 静的圧壊強度式として(2)式, 塑性崩壊強度式 として(10)式を示した。なお(2)式の定数あるいは動的評 価の数値は詳述されていないが, 製作法などによって異な るので一般的に与えることはできない。
- (2) 軸方向強度の実験的検討法として「軸方向モデル実験法」 を示した。

ル(いについて多自由度系で計算した固有振動数,振動モードを示し たものである(計算法は割愛する)。図11は(13)式のu<sub>i</sub>(x)の分布 を示している。図12は上記モデルの電磁力分布を示したものであ る。図12ではA,B2種類の分布がある。図11,12から(26)式の  $k_i$ を求めることができる。 Aでは $k_1$ より $k_2$ のほうが大きく, Bで はk2よりk1のほうが大きい。 すなわちAでは2次のモードが誘起 されやすく, Bでは1次のモードが誘起されやすい。一般的にkiを 求めると何次のモードが最も誘起されやすいか推定できる。 D<sub>i</sub>(t) とkiがわかると(29)式によって完全解を求めることができる。(29) 式からわかるように i 次モードの大きさは  $k_i D_i(t) / \omega_i^2$  で表わされ る。分母にω<sup>2</sup>がはいっているから高次の固有振動数については無 視してよい。 図9,10から電源振動数を 60 Hz としたとき,1次の 固有振動数 69.7 Hz が電源振動数に近く,  $\theta = \pi/2$  のとき過渡振動, 定常振動とも大きくなる  $(D_1(t)$  が大きくなる)。一方 $k_1$ のほうはA に対して小さく、Bに対して大きい。次に  $D_2(t)$  に対しては  $\omega/\omega_i$  = 0.3 となり定常振動が少し出るが過渡振動は無視できる。これらを 総合して  $k_i D_i(t) / \omega_i^2$  を比較するとB分布のほうがA分布より変位 u(x,t)が大きくなる。

実際の設計法としては、 $\omega_i$ を求めて $\omega$ および $2\omega$ への共振を調べ、もし共振する場合には $\omega_i$ を上下いずれかへずらす。次に電磁力分布と固有モードを求め、この二つから $k_i$ を知る。 $k_i$ , $D_i(t)$ がわかったら $k_i D_i(t)$ を求め、この値が大きくならないようにすればよ

- (3) 軸方向振動特性を理解しやすくするため,動荷重率 D<sub>i</sub>(t)
   と関与率 k<sub>i</sub>を導いた。
- (4) D<sub>i</sub>(t) は加振力の振動数と各次の固有振動数の関係を示している。
- (5) ki は加振力の巻線中の分布と固有モードの関係を示し, ki によって最も誘起しやすい振動モードがわかる。
- (6) 一般的には3次モード (i=3) までを考えればよい。
- (7) 振動特性の効果的制御法を示し, 50% モデルの実験結果で その理論を裏付けした。

#### 参考文献

- (1) 堀,平石: 日立評論 50, 153 (昭 43-2)
- (2) 平石, 楠本, 志田, 堀: 日立評論 50, 148 (昭 43-2)
- (3) Kurita, Kuriyama, Hiraishi, Kusumoto, Shida, Hori: IEEE, Paper No. 68, TP 661-PWR (1968)
- (4) E. Fischer: E. T. Z., 73, 121 (März 1952)
- (5) E. A. Mankin, E. I. Levitskaya, S. L. Lurie, L. I. Mankin: CIGRE, Report No. 12–11 (1968)
- (6) L. Torseke: CIGRE, Report No. 142 (1962)
- (7) 変圧器専門委: 変圧器巻線の短絡時における電磁機械力と その機械的強度について,技術報告案(昭42)
- (8) たとえば A. B. Madin, J. D. Whitaker: P. I. E. E., 110, 535
   (March, 1963)
- (9) 小堀訳: 機械振動入門, 198 (昭 37-12, 丸善)

## おわびと訂正

「日立評論」本年4月号掲載の論文「最近のデスケーリングポンプ設備」に関し,

25頁表1デスケーリングポンプ納入先一覧表に「株式会社神戸製鋼所」を, 誤って

未掲載のまま印刷いたしました。

ここに深くおわび申しあげます。

なお、お手数わずらわしますが、次のとおり追加ご訂正をお願いいたします。

納 (敬	入称	先 略)	用	途	台数	口 径 (mm)	段数	吐出量 (m <sup>3</sup> /min)	吐出压力 (kg/cm <sup>2</sup> g)	押込圧力 (kg/cm <sup>2</sup> g)	回 転 数 (rpm)	原 動 機 (kW)	形	<b></b>	納入年
神 戸 製	鋼	(加古川)	厚	板	2	$250 \times 200$	8	6.5	170	2	3, 600	2.500	バーレル形多段タービンポンプ		1968

----- 17 -----