

回転機械のつりあい振動の解析

Analysis of Unbalance Vibration of Rotating Machine

菊地 勝 昭*
Katsuaki Kikuchi

要 旨

いくつかの軸変断面、円板、軸受から成る実機のような複雑な回転軸系のつりあい振動を、振動に関与すると思われるほとんどの因子を含めて解析する計算法を開発した。真円すべり軸受の場合について実験との比較を行なったところ、本計算法は2軸受対称軸系やオーバハング軸系など各種形式の軸系について実際とよく一致することがわかった。

1. 緒 言

回転機械は図1に示すように一般にいくつかの円板が取り付けられた変断面軸をいくつかの軸受で支えた構造になっている。さらに回転機械には不均一な質量分布、円板の取付誤差による偏心と傾きおよび軸のわずかな曲がりなどのつりあいが存在するのが普通である。このような軸系を回転するときつりあいによって軸のふれまわり運動が励起され機械の安定な運転が妨げられる。したがって設計製作時において回転軸系のつりあい振動をあらかじめ推定できることが望ましい。そこで筆者は多軸受多円板回転軸系のつりあい振動を実際にじゅうぶんな精度で推定でき、しかも広範囲に適用できる計算法を開発した。その概要についてはすでに報告したとおり⁽¹⁾であるが、本報告では歯車の伝達動力による静荷重がある場合と軸受台の弾性を考慮する場合の扱いについて述べるとともに、先の報告では触れなかったいくつかの実験結果との比較についても報告する。

2. 記 号

- u, v : たわみ (それぞれ x, y 方向)
- φ, ψ : 傾き角 (それぞれ y, x 軸まわり)
- M_x, M_y : 曲げモーメント (それぞれ x, y 軸まわり)
- V_x, V_y : せん断力 (それぞれ x, y 方向)
- u など: 複素数表示の変数
- j : 虚数単位 ($=\sqrt{-1}$)
- T : 9行9列の伝達マトリックス
- z : 9行1列の状態ベクトル
- u_d, v_d : 軸の曲がりの大きさ (それぞれ x, y 方向)
- φ_d, ψ_d : 軸の曲がりの傾き角 (それぞれ y, x 軸まわり)
- l : 軸 長 さ
- E : 軸の縦弾性係数
- I : 軸の断面二次モーメント
- m : 軸の等価質量
- M : 円板の質量
- I_p, I_d : 円板の慣性モーメント (それぞれ中心軸, 直径軸まわり)
- m_e : つりあい質量
- ϵ, ϕ : つりあい質量の位置 (それぞれ半径位置, 角度位置)
- P_g : 歯車などによる静荷重 ($\equiv m_g g$)
- ϕ_g : 歯車などによる静荷重の作用方向
- $k_{xx}, k_{xy}, k_{yx}, k_{yy}$: 軸受油膜の弾性係数
- $c_{xx}, c_{xy}, c_{yx}, c_{yy}$: 軸受油膜の減衰係数
- $k_{x\varphi}, k_{x\psi}, k_{y\varphi}, k_{y\psi}$: 軸受油膜の回転バネの弾性係数

* 日立製作所機械研究所

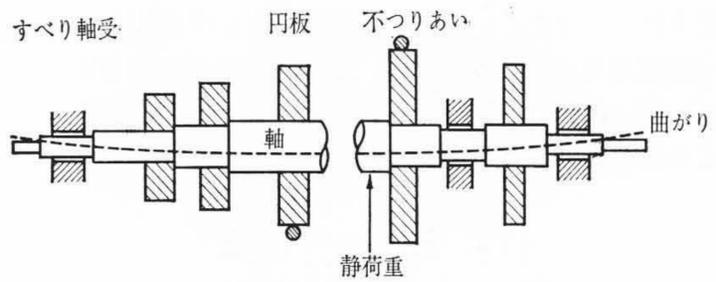


図1 回転軸系

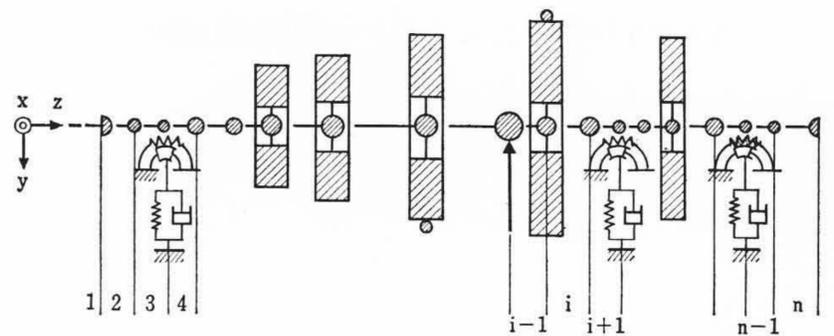


図2 等価回転軸系

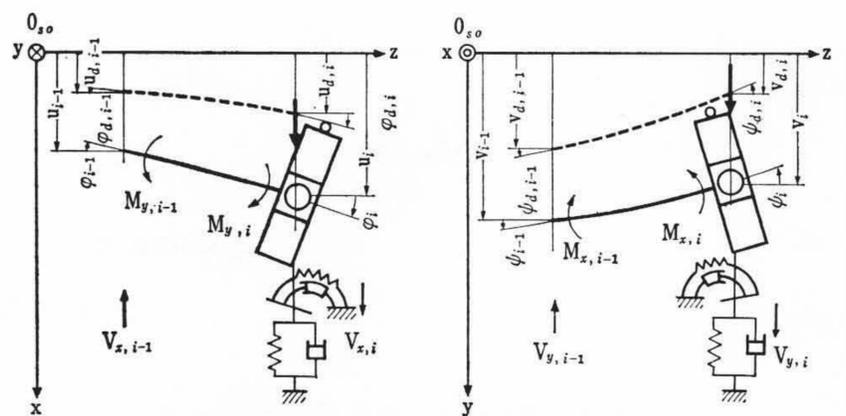


図3 回転軸系の基本要素

- $c_{x\varphi}, c_{x\psi}, c_{y\varphi}, c_{y\psi}$: 軸受油膜の回転ダンパの減衰係数
- k_{px}, k_{py} : 軸受台の弾性係数 (それぞれ x, y 方向)
- m_p : 軸受台の質量
- ω : 軸自転角速度
- Ω : 軸ふれまわり角速度
- g : 重力加速度

3. 回転軸系つりあい振動の解析

いくつかの軸変断面、円板、すべり軸受、つりあいからなる図1のような回転軸系に、さらに歯車の伝達動力による静荷重 P_g が作用しているとする。すべり軸受の油膜特性は軸受静荷重に依存するから、軸自重のほかに P_g が作用するとき、これを考慮しなけれ

ばならない。軸を等価的な集中質量と質量のない弾性軸に置き換える。またすべり軸受をバネとダンパ(回転バネと回転ダンパを含む)に置き換えて図2で示すような等価的な系で表わす。歯車の伝達動力による静荷重 P_g は計算の便宜上 $m_g = P_g/g$ と質量に換算しておく。図2の系の振動解析を伝達マトリックス法⁽²⁾により行なう。

図2の i 番めの分割部の基本的な形は図3で示されるように、不

$$\begin{pmatrix} u \\ \varphi \\ M_y \\ -V_x \\ -v \\ \phi \\ M_x \\ V_y \\ 1 \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} 1 & l & \frac{l^2}{2EI} & \frac{l^3}{6EI} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{l}{EI} & \frac{l^2}{2EI} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{y\varphi} & 1+S_{y\varphi}\frac{l}{EI} & l+S_{y\varphi}\frac{l^2}{2EI} & 0 & S_{y\phi} & S_{y\phi}\frac{l}{EI} & S_{y\phi}\frac{l^2}{2EI} \\ S_{xx} & S_{xx}l & S_{xx}\frac{l^2}{EI} & 1+S_{xx}\frac{l^3}{6EI} & S_{xy} & S_{xy}l & S_{xy}\frac{l^2}{2EI} & S_{xy}\frac{l^3}{6EI} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l & \frac{l^2}{2EI} & \frac{l^3}{6EI} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{l}{EI} & \frac{l^2}{2EI} \\ 0 & S_{x\varphi} & S_{x\varphi}\frac{l}{EI} & S_{x\varphi}\frac{l^2}{2EI} & 0 & S_{x\phi} & 1+S_{x\phi}\frac{l}{EI} & l+S_{x\phi}\frac{l^2}{2EI} \\ S_{yx} & S_{yx}l & S_{yx}\frac{l^2}{2EI} & S_{yx}\frac{l^3}{6EI} & S_{yy} & S_{yy}l & S_{yy}\frac{l^2}{2EI} & 1+S_{yy}\frac{l^3}{6EI} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u \\ \Delta \varphi \\ \Delta M_y \\ \Delta V_x \\ \Delta v \\ \Delta \phi \\ \Delta M_x \\ \Delta V_y \\ 1 \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} u \\ \varphi \\ M_y \\ -V_x \\ -v \\ \phi \\ M_x \\ V_y \\ 1 \end{pmatrix}_{i-1} \dots\dots\dots (1)$$

あるいは $z_i = T_i \cdot z_{i-1} \dots\dots\dots (2)$

ここで z は状態ベクトルである。また

$$\begin{aligned} S_{xx} &= -S_{xx}' + (m+M+m_e)\Omega^2 \\ S_{xy} &= k_{xy} + j\Omega c_{xy} \equiv S_{xy}' \\ S_{yx} &= k_{yx} + j\Omega c_{yx} \equiv S_{yx}' \\ S_{yy} &= -S_{yy}' + (m+M+m_e)\Omega^2 \\ S_{y\varphi} &= S_{y\varphi}' - I_d \Omega^2 \\ S_{y\phi} &= S_{y\phi}' + jI_p \Omega^2 \\ S_{x\varphi} &= S_{x\varphi}' - jI_p \Omega^2 \\ S_{x\phi} &= S_{x\phi}' - I_d \Omega^2 \\ S_{xx}' &= k_{xx} + j\Omega c_{xx} \\ S_{yy}' &= k_{yy} + j\Omega c_{yy} \\ S_{y\varphi}' &= k_{y\varphi} + j\Omega c_{y\varphi} \\ S_{y\phi}' &= k_{y\phi} + j\Omega c_{y\phi} \\ S_{x\varphi}' &= k_{x\varphi} + j\Omega c_{x\varphi} \\ S_{x\phi}' &= k_{x\phi} + j\Omega c_{x\phi} \\ \Delta u &= u_{d,i} - u_{d,i-1} - l_i \varphi_{d,i-1} \\ \Delta \varphi &= \varphi_{d,i} - \varphi_{d,i-1} \\ \Delta v &= -v_{d,i} + v_{d,i-1} - l_i \phi_{d,i-1} \\ \Delta \phi &= \phi_{d,i} - \phi_{d,i-1} \\ \Delta M_y &= S_{y\varphi} \Delta \varphi + S_{y\phi} \Delta \phi \\ \Delta M_x &= S_{x\varphi} \Delta \varphi + S_{x\phi} \Delta \phi \\ \Delta V_x &= S_{xx} \Delta u + S_{xy} \Delta v + m_e \varepsilon \Omega^2 (\sin \phi - j \cos \phi) \\ &\quad + m_g g \sin \phi_g \\ \Delta V_y &= S_{yx} \Delta u + S_{yy} \Delta v - m_e \varepsilon \Omega^2 (\cos \phi + j \sin \phi) \\ &\quad - (m+M+m_e+m_g \cos \phi_g) g \end{aligned} \dots\dots\dots (3)$$

動的な場合: $\Omega = \omega \quad g = 0$
 静的な場合: $\Omega = 0 \quad g = g$ } (4)

ここで $\Delta u, \Delta v, \Delta \varphi, \Delta \phi$ は軸の曲がりによる見かけ上の振動である。不つりあい質量 m_e による強制力はせん断力 ($\Delta V_x, \Delta V_y$ を表わす式の右辺の第3項) のみにしか作用しないが、軸の曲がりがある場合には強制力 ($\Delta V_x, \Delta V_y$ を表わす式の右辺の第1項と第2項) と強制モーメント $\Delta M_x, \Delta M_y$ が生ずる。円板が傾いて取り付けられ

つりあい質量、弾性軸(曲がりを含む)、集中質量、円板、バネとダンパおよび歯車などの静荷重から構成されている。この基本要素の左側 $i-1$ 点と右側 i 点の状態量(たわみ u, v , 傾き角 φ, ϕ , 曲げモーメント M_y, M_x , せん断力 V_x, V_y) は次式のような伝達マトリックス T_i で関係づけられる。

た場合は、 φ_d, ϕ_d を円板の傾き角と考えるとやればよいから、 $\Delta M_x, \Delta M_y$ の強制モーメント、いわゆる偶不つりあが生ずることになる。円板の偏心を考えると、円板重量を m_e として与え、 M はゼロとすればよい。

軸自重および歯車の伝達動力による静荷重は軸受静荷重に効きいてくるだけで振動には無関係であるから、動的な場合と静的な場合との g の値と式(4)のように指定する。

以上は軸受台を剛体とした場合の結果であるが、次に軸受台の弾性と質量効果を考慮した場合を考える。軸受台の特性を適切に評価することは困難であり、またさまざまな特性をもつが、ここでは図4のようにモデル化した軸受台について考えると、次式のような置き換えをすればよい。

$$\left. \begin{aligned} S_{xx}' &= K_{Bxx}(1-K_{pxx}) - K_{Bxy}K_{pyx} \\ S_{xy}' &= K_{Bxy}(1-K_{pyy}) - K_{Bxx}K_{pxy} \\ S_{yx}' &= K_{Byx}(1-K_{pxx}) - K_{Byy}K_{pyx} \\ S_{yy}' &= K_{Byy}(1-K_{pyy}) - K_{Byx}K_{pyx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} K_{Bxx} &= k_{xx} + j\Omega c_{xx}, \quad K_{Bxy} = k_{xy} + j\Omega c_{xy}, \\ K_{Byx} &= k_{yx} + j\Omega c_{yx}, \quad K_{Byy} = k_{yy} + j\Omega c_{yy} \\ K_{pxx} &= \{K_{Bxx}(K_{Byy} + k_{py} - m_p \Omega^2) - K_{Bxy}K_{Byx}\} / K_{pB} \\ K_{pxy} &= \{K_{Bxy}(K_{Byy} + k_{py} - m_p \Omega^2) - K_{Bxx}K_{Byx}\} / K_{pB} \\ K_{pyx} &= \{K_{Byx}(K_{Bxx} + k_{px} - m_p \Omega^2) - K_{Byx}K_{Bxx}\} / K_{pB} \\ K_{pyy} &= \{K_{Byy}(K_{Bxx} + k_{px} - m_p \Omega^2) - K_{Byx}K_{Bxx}\} / K_{pB} \\ K_{pB} &= (k_{Bxx} + k_{px} - m_p \Omega^2)(K_{Byy} + k_{py} - m_p \Omega^2) \\ &\quad - (K_{Bxy}K_{Byx}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

上式でわかるように軸受台の動特性を考慮するときは、すべり軸受の油膜特性を表わしている部分を軸受台の動特性を合成したものに置き換えればよいわけである。

以上のようにして各分割部の伝達マトリックス T_i が与えられと先に報告した手順⁽¹⁾に従って各分割部の状態量は決定される。

電子計算機による数値計算法の概略は図5のようになる。入力データとしては対象とする回転数範囲と各分割部の軸、円板、不つりあい、軸受、歯車の伝達静荷重に関する諸量の値を与えるだけでよ

い。軸受油膜の弾性係数と減衰係数は回転数の関数なので各回転数ごとに計算する。また油膜特性の計算部分はサブルーチンとして組むことにより各種の軸受と軸受理論を適用できる。一方、軸受静荷重も自動的に求められるようにしておく。ただし歯車による伝達動力による荷重がない鉛直軸の場合にはこの処理は不要である。

4. 計算結果と実験結果の検討

本計算法についてはすでに軸受幅比 0.6 の真円すべり軸受を使用した場合の実験との比較を行ない、回転バネと回転タンパの作用をも考慮した油膜特性を無限小幅軸受理論で与えると、本計算法の結果は実際とよく一致することを確かめた⁽¹⁾。ここでは軸受幅比を変えた場合やオーバハング軸系の場合などについての結果を述べる。

4.1 実験装置および実験結果

図6はモデルIの軸をセットしたときの実験装置の概略である。供試軸としてはモデルI、II、IIIの3種類の形式のものを用いたが、ここではモデルIとモデルIIを用いた場合の結果を述べる。モデルI、IIとも3個の円板がそれぞれ軸に焼きばめされているが、モデルIIは精度よく加工したまっすぐな軸であるが、モデルIは曲がりをもっている軸である。モデルIIを使用した場合の実験では、残留不つりあいによる共振振幅が軸方向のどの点においても、5 μ 以内に収まるようにじゅうぶんにバランスを取ったのちに所定の大きさの不つりあいおもりを付加して軸振動を測定した。

供試軸受は黄銅の裏金にホワイトメタルをライニングした半割方式の真円軸受である。軸受台はほぼ剛体とみ

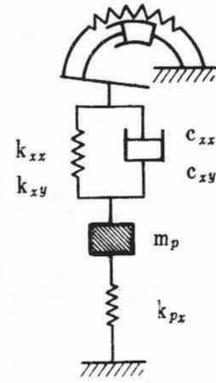


図4 軸受台の特性

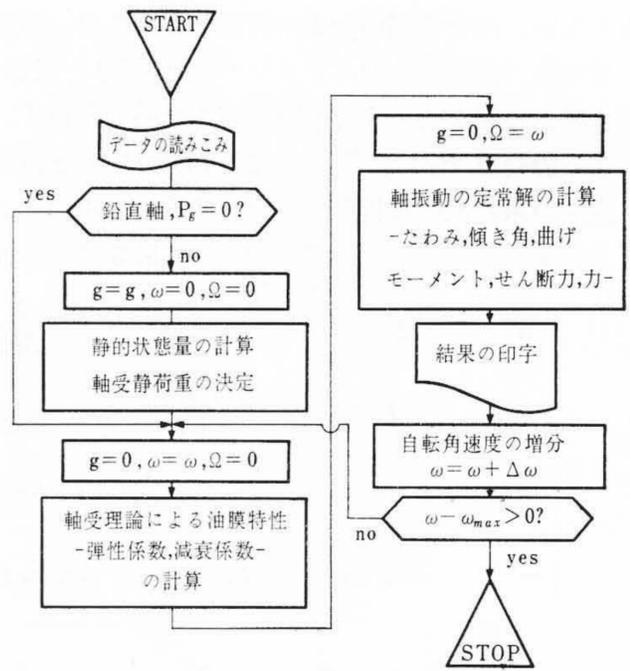


図5 数値計算法

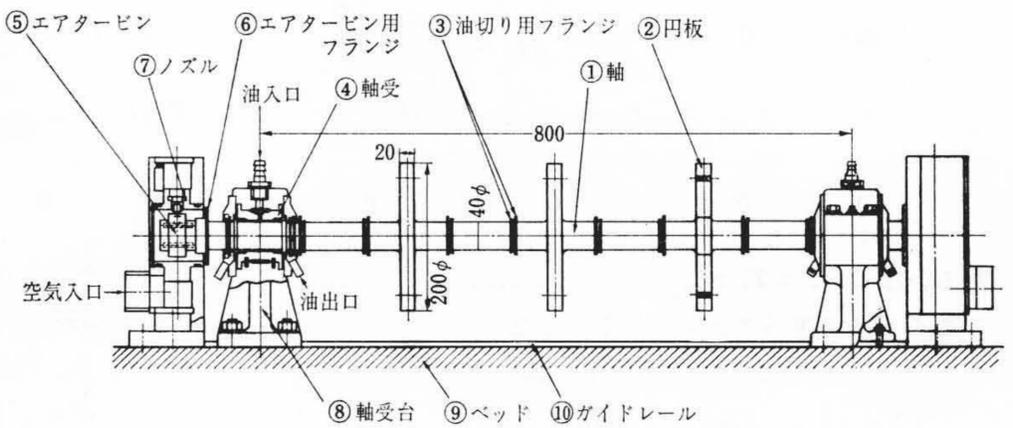
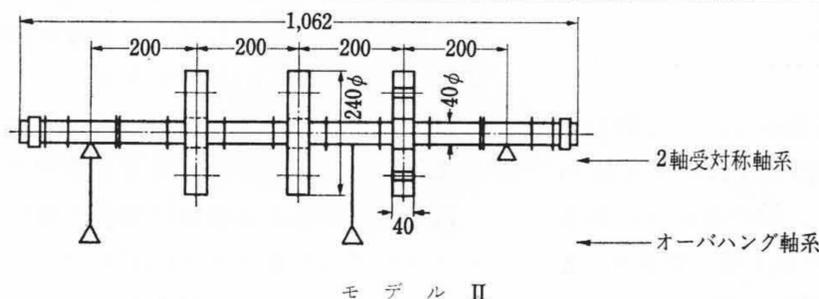


図6 実験装置 (モデルI)

表I 実験条件

実験条件		II-1.0-0.003		II-0.6-0.003		II-0.2-0.003		II0-0.003		I-0.6-0.001	
軸	位置	左側	右側	左側	右側	左側	右側	左側	右側	左側	右側
	幅 L mm	40	40	24	24	8	8	24	40	24	24
	直径 D=2R mm	40.113	40.116	40.112	40.113	40.111	40.110	40.112	40.116	40.045	40.044
	半径すきま C mm	0.058	0.062	0.058	0.061	0.057	0.059	0.058	0.062	0.025	0.026
受	油粘性係数 μ cp	25	23	29	28	32	31	23	16	20	20
	静荷重 F ₀ kg	25.9	25.9	25.9	25.9	25.9	25.9	10.4	41.4	12.5	12.5
軸	モデル	II						II		I	
	全重量 kg	51.8						51.8		25.0	
板	位置	左右		中央		左右		中央		左右	
	Mg kg	13.47		13.44		13.47		13.44		4.57	
	I _{pg} kg-mm ²	1.02×10 ⁵		1.02×10 ⁵		1.02×10 ⁵		1.02×10 ⁵		2.45×10 ⁴	
	I _{dg} kg-mm ²	5.11×10 ⁴		5.11×10 ⁴		5.11×10 ⁴		5.11×10 ⁴		1.24×10 ⁴	
	軸受間距離 mm	800						500		800	
	曲げ1次固有振動数 c/s	48.7						82.2		70.7	
不	つりあい	0°, 120 kg·μ						左円板 0°, 120 kg μ 右円板 180°, 120 kg μ		左円板 -170°, 4.33×10 ⁻⁵ rad 右円板 -170°, -4.33×10 ⁻⁵ rad	
形	式	2軸受対称軸系						オーバハング軸系		傾き円板を有する軸系 (計算結果のみ)	



モデルII

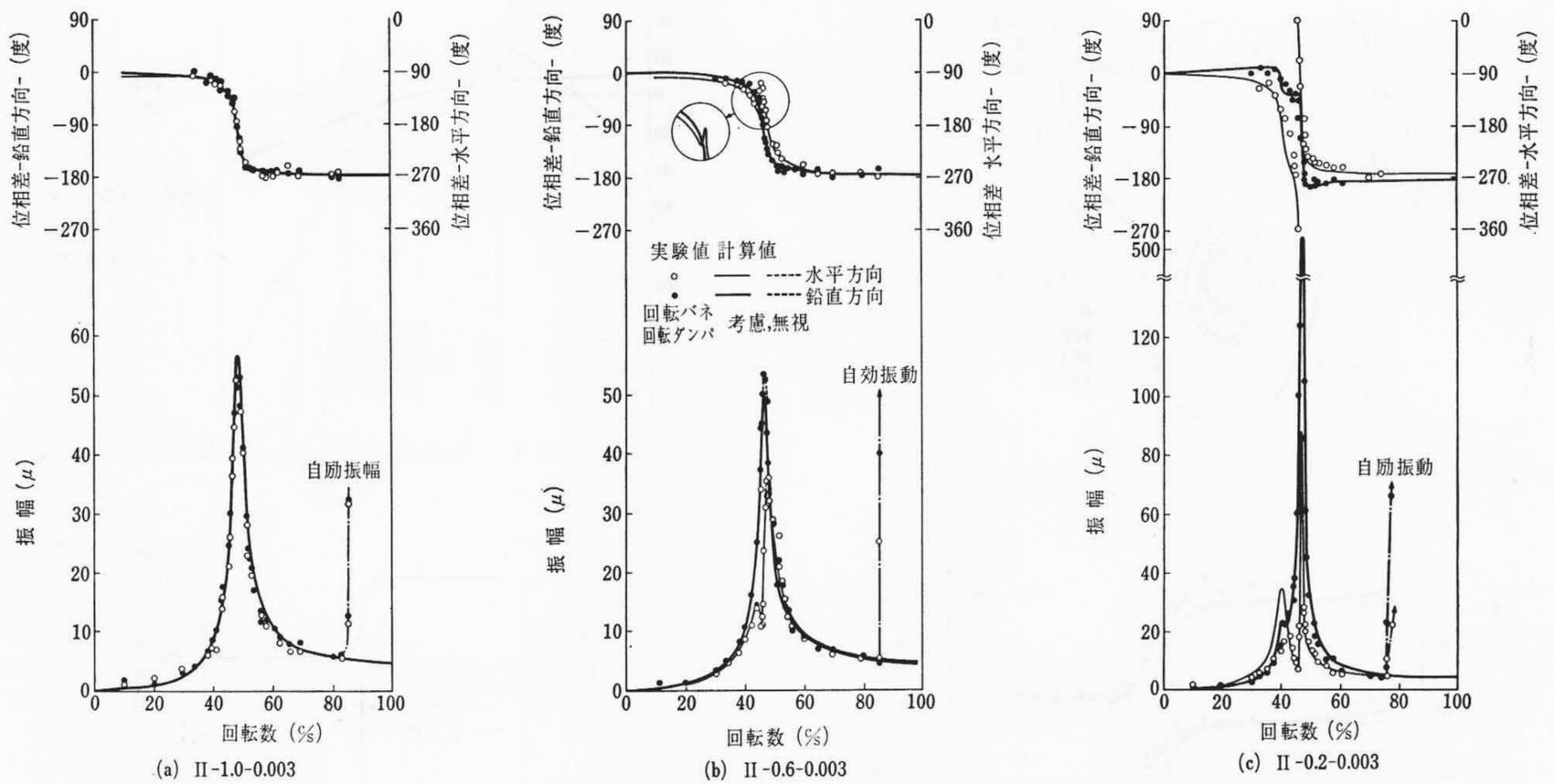


図7 2軸受対称軸系 (中央円板部の軸振動)

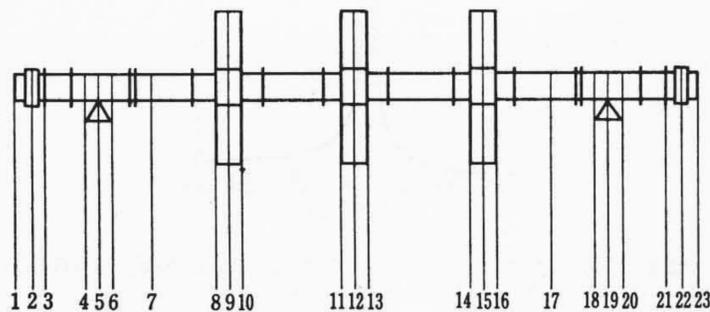


図8 モデルIIの分割

なしうるものである。潤滑油はタービン油#90を用い軸受の真上から強制給油した。

駆動は供試軸の両端に取り付けたエンドミル加工の空気タービンにより行なわれた。

軸振動は静電容量形のピックアップで検出しオシログラフに記録した。測定点は軸方向で最大3箇所とり、各点につき軸の水平方向振動と鉛直方向振動を同時に測定した。つりあいの位置は電磁形ピックアップで検出しオシログラフに記録した。オシログラムの振動波形から振幅とつりあいとの位相差を読みとった。潤滑油の温度はサーミスタ温度計を使用して軸受の排油口で測定した。

4.2 結果と検討

実験条件は表1に示すとおりである。説明の便宜上実験条件はII-0.6-0.003などのように表示する。はじめのローマ数字II, 中央の数字0.6, 終わりの数字0.003はそれぞれ供試軸の種類, 供試軸受の幅比L/D, 供試軸受のすきま比C/Rを示している。

図7は中央円板につりあいを付加した2軸受対象軸系の場合の中央円板部の軸振動を示したものであり, 回転数に対する軸振動の振幅およびつりあいとの位相差を示したものである。図中の点が実験値, 実線が計算値である。いずれにおいても水平方向と鉛直方向の値が一致する場合には鉛直方向のみを示した。計算に際しては, 図8に示すように与えられた回転軸系を23段に区切って各分割部の諸量を入力データとして与えた。軸受の油膜特性としては無限小幅軸受理論の結果を用い, 回転バネと回転ダンパの特性を含めてある⁽¹⁾。この場合一つの回転数に対する振動計算に要する時間はHITAC 5020では約20秒 (HITAC 5020E/Fでは約4秒)程度であった。

実験条件II-1.0-0.003とII-0.6-0.003の場合はいずれも計算結果

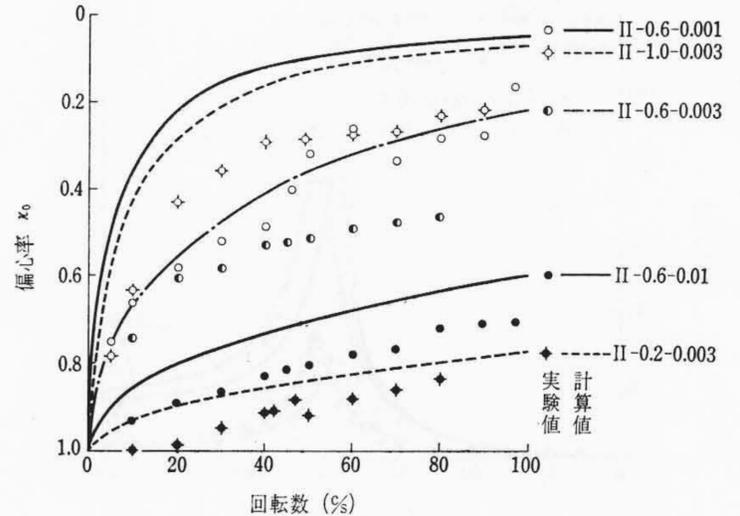


図9 軸心の静的平衡点

は, 振幅と位相差の両方について実験結果とよく合っていることがわかる。振幅が極大となるのは, II-1.0-0.003では一個所, II-0.6-0.003では2箇所あるが, これらは共振点である。共振回転数に関しては計算値は実験値と比べて0.4%であり両者は全く一致している。また共振振幅についても計算値と実験値の誤差は5%程度である。このことから軸受幅比が1.0の場合でも, 無限小幅軸受理論による油膜特性を用いてじゅうぶんな精度で計算できることがわかる。

ところがII-0.2-0.003の実験条件では, 共振回転数および位相差については計算結果は実験結果とよく一致するが, 共振振幅については計算値は実験値の4倍にもなり非常に合わない結果となっている。この原因としては軸受幅が極端に狭いことが実際の油膜状態を特殊にしていることが考えられる。図9は各種実験条件における軸心の静的平衡点を示したものである。計算値と実験値はそれほどよく合っているとはいえないが, いずれにしてもII-0.2-0.003の条件では共振回転数付近での偏心率が0.9程度であり, ほかの条件の場合よりもきわめて大きいことがわかる。II-0.2-0.003の条件以外では計算結果と実験結果とはよく一致していたことを考えると, 偏心率の大きいことが計算結果を合わなくしていると考えられる。一般に偏心率が大きい軸受では油膜の非線形特性が強くなるので, もはや微小振動を仮定して線形化近似した計算法では合わなくなると考えられる⁽³⁾。事実計算によって軸受内の軸心の運動軌跡を描いてみ

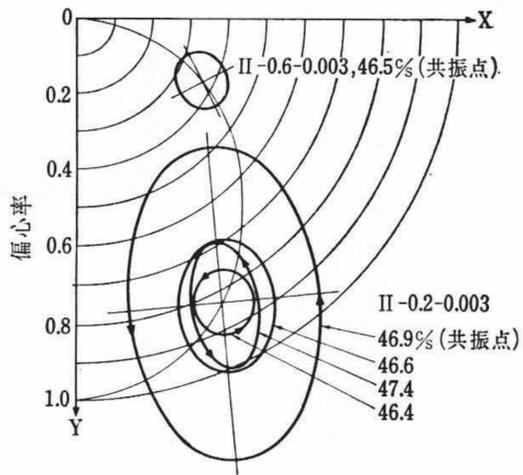


図10 軸受内のジャーナルの運動軌跡(計算結果)

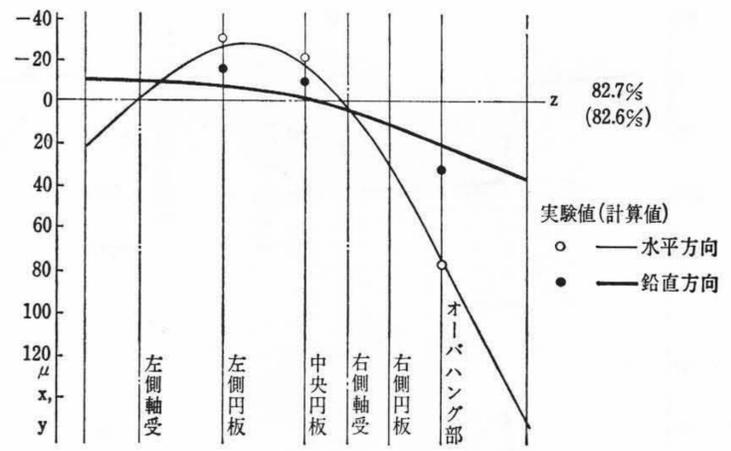


図12 軸のたわみ曲線 II0-0.003

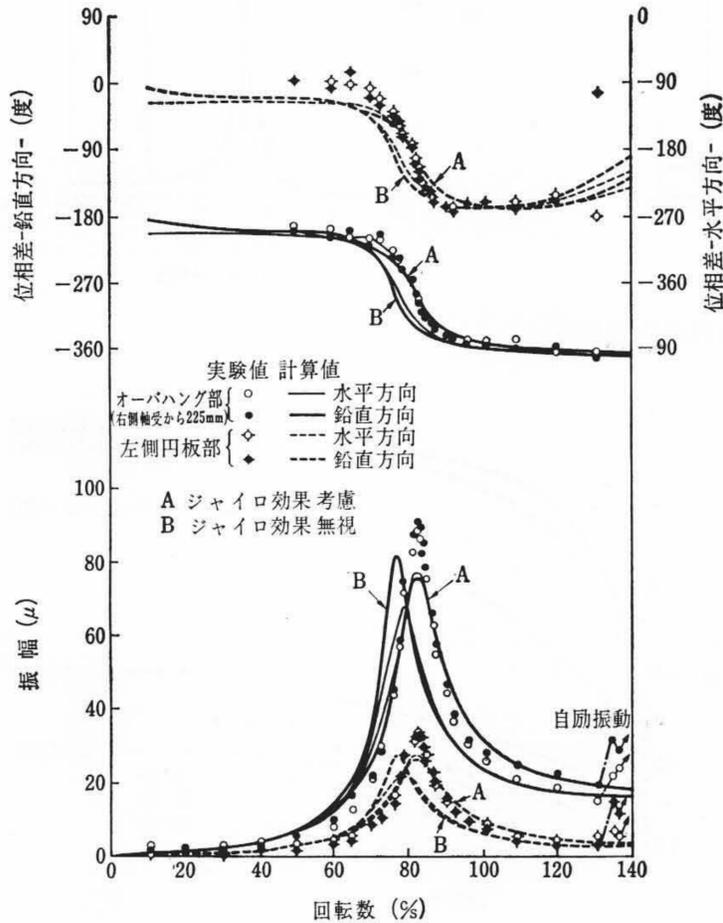


図11 2軸受オーバハング軸系

ると図10に示したように II-0.6-0.003 の場合にはジャーナルは軸受すきま内にとどまるが、II-0.2-0.003 の場合には 46.6c/s~47.4c/s の回転数範囲で軸受内からはみ出すという結果になっている。

図7から、同一の軸でも軸受幅比を変えると振動現象が顕著に変化することがわかる。本実験範囲では軸受幅比を小さくすると共振点は2箇所現われ、軸心の運動軌跡は楕(だ)円に移行し、鉛直方向振幅のほうが大きくなる傾向を示している。この傾向は軸受幅比を0.6に一定とし軸受すきま比を大きくした場合の結果と同じである⁽¹⁾。このようにすべり軸受でささえられた回転軸系の不つりあい振動は軸受の油膜特性に大きく影響される⁽⁴⁾。

図11はモデルIIの軸の右側円板をオーバハングさせて、左側円板部と右側円板部とに逆位相に不つりあいを付加した場合の結果である。曲線Aは円板のジャイロ効果を考慮した計算値であり、曲線Bはそれを無視したものである。図11から明らかなように、共振回転数、共振振幅、位相差とも曲線Aのほうが実験結果とよく一致している。共振回転数での軸のたわみ曲線を示すと図12のようになり、オーバハングした右側円板の傾きが大きいことがわかる。したがってオーバハング軸系の場合にはオーバハング部にある円板のジャイロ効果を考慮(円板の慣性モーメント I_p と I_a を与えればよい)して計算する必要がある。

図13はモデルIの軸において軸は真直ぐであるとし、円板が傾いて取り付けられたとしたときの中央円板部の振動を計算した結果で

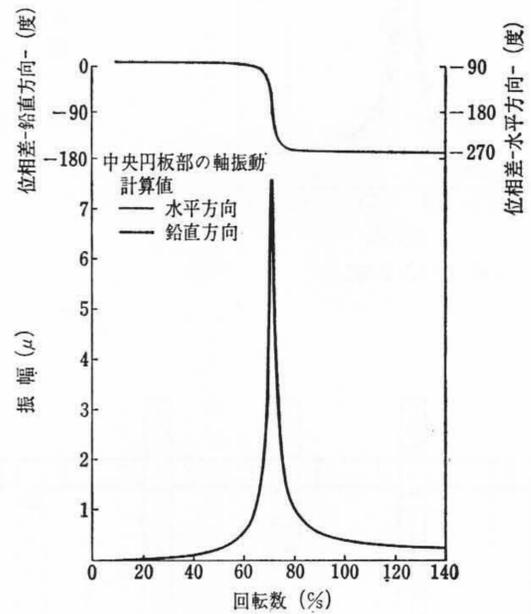


図13 傾いて取り付けられた円板による不つりあい振動 I-0.6-0.001

ある。円板の傾きの大きさは、モデルIの軸の曲がりによる傾き角と同じにしてある。傾き角を非常に小さくとしているため、共振振幅は小さい結果になっているが、円板の傾きによっても不つりあい振動が励起されることがわかる。したがって円板の軸への取り付けにあたっては、偏心だけでなく傾きにもじゅうぶんに注意を払わなければならない。

5. 結 言

以上、多軸受多円板回転軸系の不つりあい振動を解析するため、伝達マトリックス法による計算法の拡張と、真円すべり軸受の場合のいくつかの実験結果との比較検討について述べた。その結果、回転バネと回転ダンパ的作用をも考慮した真円すべり軸受の油膜特性を無限小振幅受理論で与えるとき、本計算法の結果はオーバハング軸系などの各種の回転軸系についてもよく一致することが明らかとなった。ただしジャーナルの偏心率が0.9以上になるような回転軸系を対象とした場合には、油膜の非線形性が現われるため、計算値の共振振幅は実際よりも大きくなることがわかった。しかしこの場合でも共振回転数についてはよく一致するので、本計算法は実機の場合の振動を推定するにはじゅうぶん役だつてであろうと考えられる。

終わりに本研究に対して有益なご討論をいただいた東京大学藤井澄二教授ならびに東京工業大学田村章義教授に深く感謝の意を表す。また日立製作所武蔵工場中村貫太郎主任技師には本研究の全般にわたりご指導いただいたことを深謝する。

参 考 文 献

- (1) 菊地： 機械学会誌 72, 610 (昭44-11)
- (2) E. C. Pestel, F. A. Leckie: Matrix Method in Elasto Mechanics, (1963, McGraw-Hill)
- (3) T. Someya: VDI-Forschungsheft 31, 510 (1965)
- (4) 菊地： 機械学会東海支部講演会論文集, 703-2 (昭45-3)