U.D.C. 625.39-185.4: [621.318:537.82

磁気浮上による超高速列車の浮上特性

Suspension Characteristics of Magnetically Suspended High Speed Trains

高橋孝夫*奥山賢一** Takao Takahashi Kenichi Okuyama



1. 緒 言

磁気浮上方式による超高速列車の構想については、たとえば Powell, Danby などにより提案されており⁽¹⁾、特性計算式について も一部明らかにされているが、特性をより正確な形で計算し、一般 的な特性を系統だてて把握(はあく)する目的で磁気浮上列車の浮上 特性計算式を明らかにした。

計算式の導出にあたっては,後述する仮定ならびに条件が付加さ れているから,どんな場合にも適用しうるものではないが,得られ た特性計算式は簡単な形であり,多くの示唆に豊み,一般的な傾向 を予知するにはじゅうぶん役だつと思う。







2. 計算する上での仮定

- (1) 解析解を容易に得るために、コイルが体積を有していることならびに有限長であることを無視して、車上ならびに地上コイルを線状ループと考え、コイル間の磁束の結合、発生電磁力を計算するときには、無限長線状電流の場合の式を用いた。
- (2) 相隣合った地上コイル相互間の影響を無視する。したがって電磁力には脈動はなく,平均値が得られる。
- (3) 定常状態を考え、端効果はないものとする。

1

Re.

(4) 浮上力を含めた電磁力は、車上コイルの代わりに相対的に 地上コイルを移動したとき、地上コイル中央が車上コイル の先端を通り過ぎてから同じ車上コイルの終端を通り過ぎ るまでに、地上コイルに誘起されて流れる電流の平均値を 求め、これと車上コイル電流との間に働く電磁力として計 算する。

3. 記号の説明

(H)

1	亩トコ	イル	長	(m)
· Sc .	4-1	1 /2	K	(111)
l_{Nc} :	地上コ	イル	長	(m)
a:	地上コ	イル	幅	(m)
<i>b</i> :	車上コ	イル	幅	(m)
h:	浮 上	高	さ	(m)
v :	列 車	速	度	(m/s)
R:	地上コイ	ルの担	抗	(Ω)
L:	地上コイ	ルのイ	ンダ	クタンス
$m \cdot$	車トコイ	ルの券	数	

図2 地上コイルの鎖交磁束数

- $t_1: t_1 = (l_{Sc} l_{Nc})/2v$ (s)
- N: 1車両の下にある地上コイルの数
- F_z : 浮 上 力 (kg/m)
- Fx: 水平方向変位力または水平方向復元力 (kg/m)
- *F_D*: 制 動 力 (kg/1車両)
- ka: 浮上力と制動力の比

4. 浮上特性計算式の導出

4.1 一 般 式

車上には極性が交互に変わるようにコイルを配置してあるから, 車上コイルの代わりに相対的に地上コイルを速度 v で動かして考え ると,地上コイルの一点における車上コイルによる磁界の強さは, 時間的に図1に示すように変化する。車上コイルと地上コイルの配 置ならびに構成法により大きさは異なるが時間的変化のパターンは 同じである。図1の①の位置では地上コイルと鎖交する磁束は変 化しないが②の位置では,車上コイルによる磁界の方向が反転して いるから,鎖交磁束数に変化が起こる。すなわち,地上コイルの鎖 交磁束数は時間的に図2に示すように変化する。

図2の①の位置で、地上コイル単位長あたりの鎖交磁束数 Ø は

$\varphi = M is$ (1)	$\phi = M i_s$		(1)
----------------------	----------------	--	---	---	---

となる。ここで, Mは地上と車上コイル間の単位長あたりの相互イ ンダクタンス, is は車上コイル電流である。

n: 地上コイルの巻数 $i_s: 車上コイル電流 (A)$ $\mu_0: 真空の透磁率 (H/m)$ $\omega: \omega = \frac{\pi v}{l_s}$ (rad/s)

* 日立製作所日立研究所** 日立製作所日立研究所 工学博士

地上コイルの移動時間 l_{Nc}/v の間に地上コイルの鎖交磁束量は ϕl_{Nc} から $-\phi l_{Nc}$ に変化し、図3に示す電圧が誘起される。その大 きさ A は



となる。図3の誘起電圧波形を図4に示すように時間軸を定めて、 フーリェ展開すると、地上コイル誘起電圧 e_N(t) は 102 日立評論

VOL. 54 NO. 2 1972



図4 地上コイル誘起電圧波形のフーリェ展開 図5 車上コイルと地上コイルの構成図

$$e_{N}(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} b_{k} \cos((2k-1)\omega t_{1}) \sin((2k-1)\omega t_{1}) \dots (3)$$

となる。ここで

 $t_1 = (l_{Sc} - l_{Nc})/2v$ (4) $\omega = \frac{\pi v}{2}$

$$=\overline{l_{sc}}$$
(5)

ここに, *b*_k=定数

ゆえに, L-R 回路から成る地上コイルに流れる電流 iN(t) は

$$i_{N}(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{k}}{Z_{k}} \cos((2k-1)\omega t_{1}) \sin\{(2k-1)\omega t - \varphi_{k}\} \dots (6)$$

1車両の下にある地上コイルの数をNとすると、1車両あたりの 制動力 Foは

となる。

浮上力,変位力,制動力は地上コイルと車上コイル間の相互イン ダクタンス M がわかれば, それぞれ (11), (13), (17) 式から計算で きる。

4.2 各コイル構成での特性計算式

4.2.1 浮上力と水平方向変位力

となる。ここで

列車の進行方向を y 軸, 横方向を x 軸, 上下方向を z 軸と定める と、車上コイルと地上コイルの間に働く単位長あたりの電磁力は次 式で与えられる。

浮上力
$$f_z(t) = -\frac{i_s i_N(t)}{9.8} \frac{\partial M}{\partial z}$$
 (kg/m)(9)
水平方向電磁力 $f_x(t) = -\frac{i_s i_N(t)}{9.8} \frac{\partial M}{\partial z}$ (kg/m)
.....(10)

浮上力の平均値をF2とすると

2

$$F_{z} = \frac{1}{T/2} \int_{t_{1}+l_{Nc}/2v}^{t_{1}+l_{Nc}/2v+T/2} f_{z}(t) dt = \left(-\frac{8Ai_{s}}{9.8\pi^{2}}\right) \frac{\partial M}{\partial z} f_{f} \quad (kg/m)$$
.....(11)
ただし $f_{f} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_{k}}{Z_{k}} \sin \varphi_{k}$ (12)
ここで, B_{k} は定数。
同様に水平方向電磁力 F_{x} は
$$F_{x} = \left(-\frac{8Ai_{s}}{9.8\pi^{2}}\right) \frac{\partial M}{\partial x} f_{f} \quad (kg/m) \qquad(13)$$
となる。
地上コイル電流の実効値 I_{n} は

$$I_n = \sqrt{2/T} \int_{t_1 + l_{Nc}/2v}^{t_1 + l_{Nc}/2v + T/2} \{i_N(t)\}^2 dt = (1/\sqrt{2})(4A/\pi)\sqrt{f_r} \dots (14)$$

図5に示すような、地上コイルと車上コイルの構成を考える。 この場合,車上と地上コイル間の単位長あたりの相互インダクタ ンスMは

となる。

水平方向変位力

兀



図6に示すコイル構成で,水平方向に復元力を発生し水平方向 のガイドをさせようとする構想が知られている⁽²⁾。このとき、単 位長あたりの相互インダクタンスは



103 磁気浮上による超高速列車の浮上特性



制動力は

$$F_{D} = k_{2} v n^{2} \frac{\cos^{2} \omega t_{1}}{R^{2} + (\omega L)^{2}} \qquad (32)$$

ここで、

$$k_2 = \frac{RN}{9.8} \left(\frac{2\mu_0 m i_s}{\pi^2}\right)^2 \left[\log\{1 + (a/h)^2\}\right]^2 \dots (33)$$

となる。 $\omega = \pi v/l_{sc}$ であるから高速域では

また制動力 Fo は(17) 式より

$$F_{D} = \frac{N}{9.8v} \frac{R}{2} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{2} \left\{\frac{2\mu_{0} i_{s} n m v}{\pi} \log\left(\frac{x_{1} \sqrt{x_{2}^{2} + a^{2}}}{x_{2} \sqrt{x_{1}^{2} + a^{2}}}\right)\right\}^{2} f_{r}$$
(27)

となる。

図7に示すように、車上コイルの上下に互に直列に接続した一 対の地上コイルを置き流れる電流の向きが反対になるようにし て、浮上力を得る Null flux 法の特性計算式も、上式において $x_1 \rightarrow h_1, x_2 \rightarrow h_2$ と置き換えることにより得られる。

5. 特性計算

5.1 水平方向に変位がない場合 5.1.1 計 式 算

図8に示すように、車上コイルが地上コイルに対して、水平方 向に変位してないときの特性は(20), (21), (22)式において x=0, $\varepsilon = 0$, b = a と置くことにより

浮上力は

R

水平方向変位力は 制動力は

をみればよいが, 第1項のみをとっても誤差は数パーセント以下

となる。また、浮上力と制動力の比を ka とすると

$$k_{d} = \frac{l_{Nc} \left\{ 1 - \frac{1}{1 + (a/h)^{2}} \right\}}{hR \left[\log \left\{ 1 + (a/h)^{2} \right\} \right]} \frac{f_{f}}{f_{r}}$$

が成立し,

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} = \frac{\pi}{2}$$
 したがって $\sin \varphi = 1$

となるから(30), (32)式より高速域の特性計算式として

浮上力
$$F_z = k_1 \frac{n^2 l_{Sc} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{l_{Nc}}{l_{Sc}}\right)}{\pi L}$$
(35)
制動力 $F_D = k_2 \frac{n^2 l_{Sc}^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{l_{Nc}}{l_{Sc}}\right)}{v \pi^2 L^2}$ (36)

すなわち、(34)式が満たされる場合、一例として高速域では浮 上力は速度vに関係せず(35)式で表わされる一定値F2∞となる。 $F_{z\infty}$ の90%の浮上力が得られる速度 v_{90} を求めてみる。 $\sin \varphi$ ≒1とおいてもよいから

$$k_{1}v_{90} \frac{n^{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{l_{Nc}}{l_{Sc}}\right)}{\sqrt{R^{2} + \left(\frac{\pi v_{90}}{l_{Sc}}L\right)^{2}}} = 0.9F_{z\infty} \dots (37)$$
すたわち $v_{90} = 2.06\frac{l_{Sc}R}{\pi L} (m/s) \dots (38)$

となる。

また、制動力は(36)式から高速域では v-1 に比例すると言える。 (32)式において $\frac{\partial F_D}{\partial v} = 0$ から F_D が最大値をとる速度 $v_{F_{Dmax}}$ を求めると

5.1.2 一般特性の検討 (28), (29) 式から明らかなように、浮上力、制動力とも車上コイ となる。このとき最大の制動力 Fomax は ルの AT (mis) の自乗に比例して増加し, 浮上高さhが小さくな $F_{D\max} = \frac{N}{9.8} \left(\frac{4\mu_0 n m i_s}{\pi^2} \right)^2 \frac{1}{\pi L} \left[\log\{1 + (a/h)^2\} \right]^2$ ると大きくなる。 次に,速度依存性を調べる。このためには級数和である fr, fr

3

104 日

立 評 論

VOL. 54 NO. 2 1972



図13 列車速度と制動力

図14 水平方向に変位がある場合の浮上

となり, Rには関係しないことがわかる。

以上の検討結果をまとめると図9(a),(b)となる。

引き続き、(34)式が満たされるたとえば高速域において、地上 コイルの巻数ならびに地上コイルの長さと浮上力との関係を調べ てみる。

地上コイルのインダクタンスLはコイル単独のインダクタンス と外部に接続したリアクトルのインダクタンスの和であるから, 前者は地上コイル長lncと巻数nの自乗に比例すると考えれば $k_3 n^2 l_{Ne}$ (k_3 はコイル形状により定まる定数),後者を L_e とすると

 $L = k_3 n^2 l_{Nc} + L_e \qquad (41)$ となる。もし、外部リアクトルを接続しない場合かまたはLe《 $k_3 n^2 l_{Nc}$ のときは

 $L \doteq k_3 n^2 l_{Nc}$

4

となる。この値を(35)式に代入すると

磁気浮上列車の諸元例 表1

(浮上,安定特性計算条件)

部 位	項目	諸 元
	1 個 あ た り の 寸 法	長さ 6m×幅 0.8 m
車上コイル	1 車両あたりの個数	8 (両側に4個)
	起 磁 力	320 kAT
地上コイル	1 個 あ た り の 寸 法	長さ 2 m×幅 0.8 m
	1 車両の下にある個	24 (両側に 12 個)
	巻 数	100 T
	1個あたりのインダクタンス	0.33 H (0.26 H 外部)
	1 個 あ た り の 抵 抗	1.56Ω

$$(l_{Sc}/l_{Nc})\sin\frac{\pi}{2}\frac{l_{Nc}}{l_{Sc}}=1\times\sin\frac{\pi}{2}=1$$
$$l_{Nc}/l_{Sc}=1/2 \ \mathcal{O} \ge \ge$$

$$(l_{Sc}/l_{Nc})\sin\frac{\pi}{2}\frac{l_{Nc}}{l_{Sc}}=2\times\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}$$

 $l_{Nc}/l_{Sc}=1/3 のとき$

となる。(42)式から浮上力は地上コイルの巻数nに関係しないこ とならびに lnc/lsc>2 のとき、すなわち地上コイルが車上コイル よりも2倍以上大きいと、 $\sin \frac{\pi}{2} \frac{l_{Nc}}{l_{Sc}} < 0$ なる場合があり、この とき地上コイルと車上コイルとの間に吸引力が働くことになる。 次に地上コイル長lNcと車上コイル長lscの比 lNc/lscによる特 性を調べてみる。 $l_{Nc}/l_{Sc}=1 のとき$

 $(l_{Sc}/l_{Nc})\sin\frac{\pi}{2}\frac{l_{Nc}}{l_{Sc}}=3\times\sin\frac{\pi}{6}=1.5$ $l_{Nc}/l_{Sc}=1/4$ のとき $(l_{Sc}/l_{Nc})\sin\frac{\pi}{2}\frac{l_{Nc}}{l_{Sc}}=4\times\sin\frac{\pi}{8}=1.532$

 $l_{Nc}/l_{Sc} \ll 1 \text{ Obs}$

 $(l_{Sc}/l_{Nc})\sin\frac{\pi}{2}\frac{l_{Nc}}{l_{Sc}} \stackrel{:}{\Rightarrow} (l_{Sc}/l_{Nc})\frac{\pi}{2}\frac{l_{Nc}}{l_{Sc}} = \frac{\pi}{2}$

105 磁気浮上による超高速列車の浮上特性



水平方向に変位がある場合の浮上 図 15





水平方向の変位 X (cm) 図17 安定化コイル(I)の特性

図 12, 13 はそれぞれ列車速度に対する地上コイル中の I²R 損 失ならびに制動力を示したものである。

地上コイル中の I²R 損失が速度に対して飽和特性を示すのは 速度が大きくなり R≪ωL の条件が満たされると(35)式のように 浮上力が速度に無関係となることから明らかなように,地上コイ ル中に流れる電流が速度に無関係となる結果である。

地上コイル中の I²R 損失が速度の上昇につれて一定値となる 結果 I²R 損失に起因する制動力は速度に逆比例して小さくなる。 500 km/h における 浮上力/制動力の計算値は

 $F_D/F_D = 32.5 (t)/0.28 (t) = 116$

である。

(A)

5.2 水平方向の変位がある場合

式 5.2.1 計 算

車上コイルと地上コイルが図14に示すように水平方向に x(m) 変位しているときの特性計算式は(20), (21), (22)式において x= $x, b=a, \varepsilon=0$ と置くことにより得られる。

算 5.2.2 計 例

図15は表1に示した諸元を用いて、車上コイルが平衡位置か ら変位した場合の発生電磁力を計算した結果である。

水平方向の変位があると浮上力は減少するが、水平方向変位力 は大きくなり、計算例では x=14 cm で最大となる。水平方向の 変位力は、車上コイルの変位を増大させる方向に働くから安定化 コイルにより復元力を与える必要がある。

5



(B)

(A)

図16 安定化コイル (I)

すなわち,地上コイル側のインダクタンスとして,地上コイル単 独のインダクタンスのみを考え、しかもこのインダクタンスが地 上コイル長に比例すると仮定すると、 lnc/lsc を小さくすると、浮 上力の平均値は若干増加するがすぐ飽和して

$$F_z = \frac{k_1}{2k_3}$$

となる。

1-1

1

p. 4

他方, 地上コイルの外部に接続したインダクタンスが大きいと きには、浮上力に地上コイルの巻数が影響してくる。

5.1.3 計 算 例	5.3 安定化コイル(1)
表1に示した具体的な数値を用いて特性計算をしてみる。	5.3.1 計 算 式
図10は浮上高さと1車両に働く浮上力の関係を示したもので	図 16(A) に示す安定化コイルの特性は同図(B) と等価となり
ある。浮上高さが小さいときわめて大きな浮上力となる。	(20), (21), (22) 式において ε=90°を代入することにより得ら
図11は1車両あたりに働く浮上力を32.5(t)として,列車速度	れる。
と浮上高さの関係を示したものである。時速 150 km 以上で浮上	5.3.2 計 算 例
高さはほぼ一定で18 cm となる。	図 17 は表 1 に示す諸元を用いて、図 16(A) に示した安定コイ

106

日立評論

VOL. 54] [NO. 2 1972



ルの特性を計算した結果である。ただし,地上コイルのインダク タンス 0.07 H (外部リアクトルなし)抵抗 0.33 Ω とした。復元力 はあるが小さく。しかも地上,車上コイル間に吸引力が働き浮上 の妨げとなる。この吸引力を相殺する目的で図 17(A)の車上コ イルの上にもうひとつの地上コイルを置く提案(図 17(B))もさ れている。しかし図 17 に示すように,復元力は倍増するが,変 位が小さい範囲ではやはり水平方向変位力のほうが大きくなって おり,この間では左右に振動しやすいことになる。

5.4 安定化コイル(II)





5.4.1 計 算 式

図18に示す安定化コイルの特性は(26),(27)式より計算することができる。

5.4.2 計 算 例

図19は表1に示した諸元により,図18に示した安定化コイル の復元力を計算した結果である。水平方向の変位がない平衡位置 では地上の安定化コイルに対して,車上にある左右の安定化コイ ルの磁束は互いに打ち消し合い,地上の安定化コイルには電流は 誘起されないが水平方向に変位すると地上安定化コイルに電流が 誘起され復元力が発生する。この復元力は地上安定化コイル回路 のインダクタンスを小さくすると大きくなり,図19において点 線で示した水平方向変位力よりも大きな復元力が得られ,有効な 安定化コイルとなる。

6. 結 言

以上をまとめると次のようになる。

(1) 磁気浮上方式超高速列車の浮上特性計算式を明らかにし た。

- (2) 浮上力ならびに制動力の速度依存性を明確にした。
- (3) 地上コイルの巻数ならびに地上コイル長と浮上力の関係を 明らかにした。
- (4) 具体的な数値を用いて特性計算を行ない、これにより車上 コイルが水平方向にずれた場合の水平方向変位力ならびに 安定化コイルによる復元力を示した。

終わりに本研究にあたりご指導,ご鞭達(べんたつ)を賜わった日 本国有鉄道京谷計画主幹はじめ諸関係者,日立製作所日立工場西副 工場長,日立研究所小林所長および磁気浮上超高速列車研究グルー プに深甚の謝意を表するものである。

参考文献

- (1) J. R. Powell, C. R. Danby: High Speed Transport by Magnetically Suspended Trains, ASME Publication 66– WA/RR5
- (2) J. R. Powell, C. R. Danby: The Application of Superconductors to High Speed Transport, Cryogenics and Industrial Gases, Oct., 1969

6