

上水道システム運用技法

Operation Method for Water Supply Systems

上水道では水の需要量の増加に対処し、安定な給水を確保するために、原水量と需要量の予測に基づいた水の配分計画と運用制御技法が必要である。これらのため、原水量の予測としては、降雨から貯水ダムへ流入する機構を三つのタンクを並列に結合したモデルで表現する手法を開発した。水の需要量予測については、配水量と曜日、天候、気温などの変動要素の関係を、過去の実データから明らかにし予測式を作成した。配分計画については、流量平衡式、圧力平衡式及び損失水頭式を基本式として線形計画法に定式化し、感度解析を用いて最適計算を行なう手法を開発した。配水池以降の管路網の圧力制御に必要な管網計算については、管路の水頭損失特性式から管網方程式を立てモデル化した。以上のモデルの実用性をシミュレーションにより検証した。

上田 隆*	Ueda Takashi
松本邦顕**	Matsumoto Kuniaki
畠山純一**	Hatakeyama Jun'ichi
和歌森文男**	Wakamori Fumio
嶋内繁行***	Shimauchi Shigeyuki
柏木雅彦****	Kashiwagi Masahiko

1 緒言

上水道では、長期的には水需給のアンバランスが予測されており、特に関東と近畿臨海地域では、原水系、浄水系、配水系の各段階で広域にわたり水の相互融通を円滑に行なうことが極めて重要になってきている。需要家へ適正な水量、水質、及び水圧で安定に給水するための一つの手段として、運用計画に基づく水の配分がある。これを実現するためには、供給量としてのダムの流入量の予測モデル、需要量予測モデル、及びこれらの予測に基づく配分計画モデルが必要である^{1)~4)}。以下本稿では、ダム流入量予測モデルのパラメータ調整法、需要予測モデル作成のための配水量と変動要素の分析結果、配分計画のモデル化、及び配水池以降の管路網の圧力制御に使用する管網計算法について述べる。

2 ダム流入量予測モデル

2.1 モデルの基本構成と特徴

ダム流入量予測モデルは、将来降るであろう降雨量の予測値をもとに、ダムの流入量や河川の流出量を予測するものである。モデルとしては、次に述べる特徴を持つ相関修正モデルを開発した。

- (1) 降雨量と河川流量の関係は、基本的に一次遅れとむだ時間で表わすユニット・ハイドログラフを用いる。
- (2) 河川の流出機構としては、表面流出、中間流出及び地下水流出の3成分を考え、それぞれのハイドログラフを求め線形結合する。
- (3) 観測時刻以前の天候条件の違いを、累積雨量値で表わし、入力 of 降雨量を成分別に仮想雨量と初期損失雨量とに分け、それぞれの流出機構の入力とする。

流出解析に広く使われている「タンク・モデル」が、各流出成分別のタンクの直列結合であるのに対し、本モデルは流出成分を並列に結合しているため、成分相互の影響が小さくパラメータ調整が容易である。

2.2 パラメータの調整

予測モデルは、平常時の日単位予測や洪水時の時間単位予測に適用することができる。これら流出予測モデルを利用する場合、最も困難なことはモデルのパラメータ調整である。

時間単位予測を例に採ると、モデルパラメータは、過去の洪水時のデータから推定しなければならない。この場合、モデルが非線形で解析的に最適パラメータを求めることが不可能なので試行錯誤的な方法に頼らざるを得ないのであるが、パラメータ調整を効果的に行なうため、逐次近似法で誤差最小のパラメータを求めた。得られた最適パラメータは、同一河川データでも洪水ケースごとに全く異なっている。これは、前述したモデル構成では表わせない流域特性や、環境条件の違い、観測誤差などの影響と思われる。予測計算に当たり、それらの諸条件をすべて考慮してパラメータの組合せを選ぶことは困難であるため、予測誤差に対する感度の大きいパラメータだけを選びケースごとに調整し、他のパラメータは全ケースに共通の値を見つける方法が、精度向上のための一つの方法であると考えた。各パラメータの誤差に対する寄与度は、次のように定式化できる。

$$\text{平均絶対誤差：} E = \frac{\sum_{i=1}^N |q_i - \bar{q}_i|}{N} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{モデル：} q_i = f(p_1, p_2, \dots, p_7) \dots\dots\dots (2)$$

各パラメータの相対誤差に対する影響：

$$\frac{\Delta E}{E} = \left(k_1 \frac{\partial E}{\partial p_1} + k_2 \frac{\partial E}{\partial p_2} + \dots + k_7 \frac{\partial E}{\partial p_7} \right) / E \dots\dots (3)$$

東京都水道局の小河内ダムの時間単位予測モデルを例として、洪水時のケース別の最適パラメータについて、パラメータの変動に対する相対誤差の増加割合を計算した。結果を表1に示す。同表中の各パラメータの変動幅は、各ケースについての最適パラメータ値の分布の標準偏差 σ に統一した。各ケースに共通して、 p_1 (表流のハイドログラフのゲイン K_1)の変動に対する誤差の感度が大きいことが分かる。他のパラメータで誤差感度の大きいものもあるが、それらは同一パラメータについて2ケース以上では出現していないので、誤差感度の大きいケースでの最適値を、共通パラメータに採用することで誤差の増大を防ぐことが可能である。以上の分析結果より、モデルパラメータとして表流ゲインを洪水の性格で選択し、他は共通パラメータとする方式を確立することができた。洪水

* 東京都水道局 ** 日立製作所システム開発研究所 *** 日立製作所システム技術本部 **** 日立製作所大みか工場

表1 パラメータの変動(最適値からσ分)に対する相対誤差増加率(小河内ダムの時間単位流入量予測を例とした場合) 表流ゲイン K_1 については、全ケースで相対誤差の増加率が大きいので、共通パラメータを固定することが困難である。

パラメータ ケース	K_1 表流ゲイン (σ=9)	T_1 表流時定数(h) (σ=1)	K_2 中流ゲイン (σ=7)	T_2 中流時定数(h) (σ=7)	δ 最大初期損失(mm) (σ=6)	ω 基準累積雨量(mm) (σ=12)	n 相関時間(h) (σ=9)
1	165.0	40.0	22.4	7.8	24.7	22.8	13.7
2	27.2	2.5	6.0	13.8	20.0	12.7	720.0
3	40.3	5.9	7.9	6.8	9.2	9.3	37.1
4	32.5	6.2	2.3	2.6	26.6	15.0	0.0
5	9.4	1.3	9.4	5.1	46.3	8.5	22.5
6	34.1	2.1	16.8	10.2	8.5	9.7	25.1
7	20.8	5.1	7.2	0.9	16.0	2.8	0.3

注：表中の数値はすべてパーセント

の性格の分類は、(1)降雨開始直前の流入量、(2)総雨量予測値、(3)降雨集中度予測値など、モデル構成に十分反映されていない要因をもとに行なった。

2.3 シミュレーション結果

小河内ダムの日単位と時間単位のダム流入量予測を最近5年間のデータを用いて行なった。このうち時間単位の結果の一例を図1に示す。

3 需要予測モデル

従来行なわれていた水道の需要予測は、統計的手法、原単位などを用いた長期予測であり、これは将来計画、予算計画に使用されるものである。しかし、水運用という立場からは、短期、特に翌日の需要予測が必要であり、これは施設の運転計画などを作成する際に最も基本となるものである。需要予測の手法としては、末端配水量を積み上げて行く方式と総配水量をブレーク・ダウンして行く方式とが考えられるが、今回は実用性の高い後者の方式を採用し、日単位総需要予測モデル及び時間単位需要パターン予測モデルを開発した。なお、

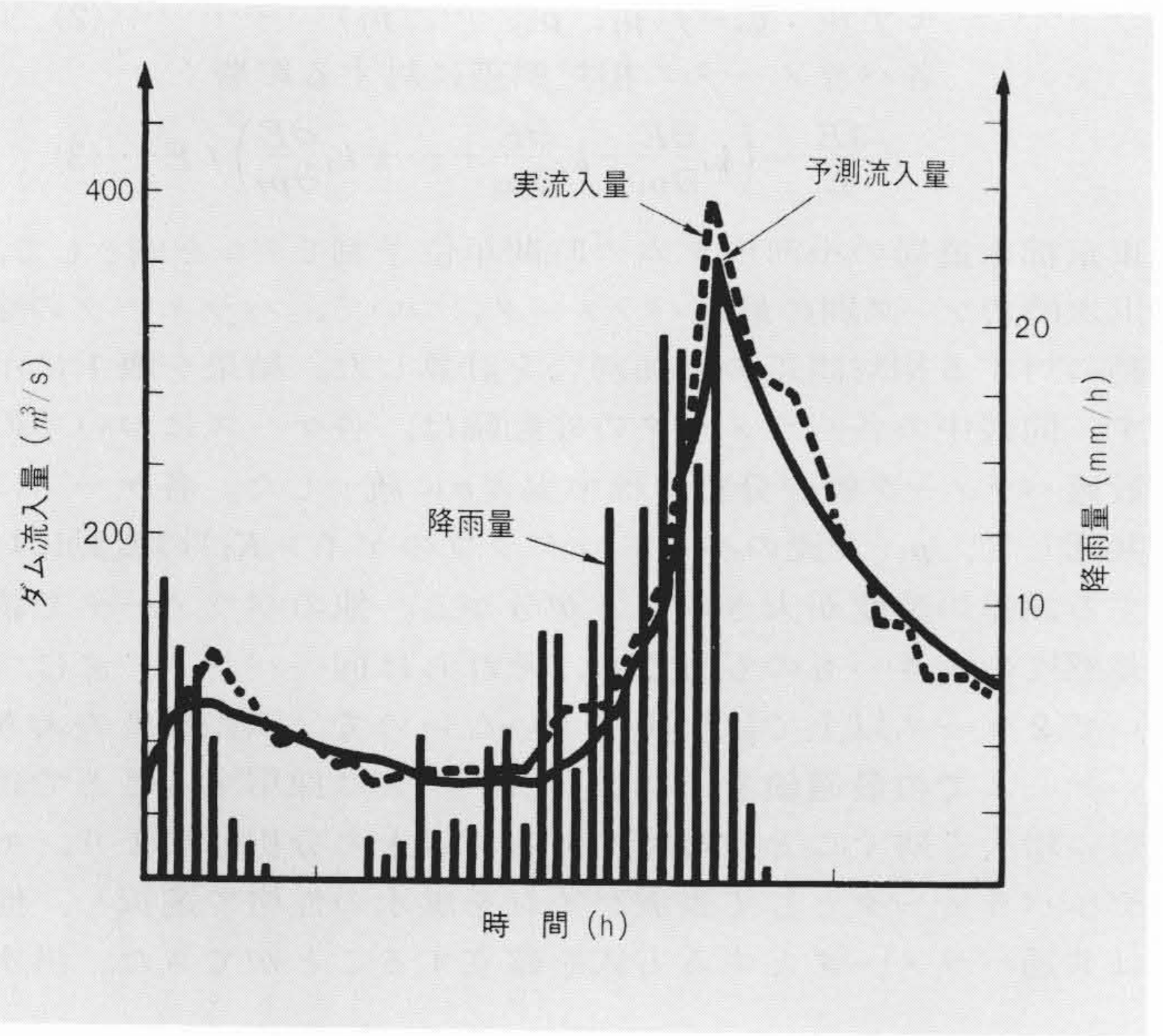


図1 ダム流入量時間単位予測結果の一例(小河内ダム) 降雨量の変動を平滑化し、実測流入量に近い、良い予測流入量が得られることが分かる。

モデルの開発に際しては、東京都水道局の配水量データを使用した。

3.1 日単位予測モデル

日単位の配水量は、傾向(すう勢)変動、季節変動、週間変動、及び不規則変動(当日の天候、気温などによる変動)から成るが、この中でも特に不規則変動による影響が大である。各変動要素と配水量との関係を解析した結果、次のことが判明した。

- (1) 傾向変動は、翌日の配水量にはほとんど影響を与えない。
- (2) 配水量は6月末から7月始めにかけて急増し、9月半ばごろから減少するが、この季節変動パターンは温度との相関が非常に高い。
- (3) 1週間の配水量変化は、日曜日を谷とし、週半ばをピークとするパターンを描く。また日々の配水量は前1週間の平

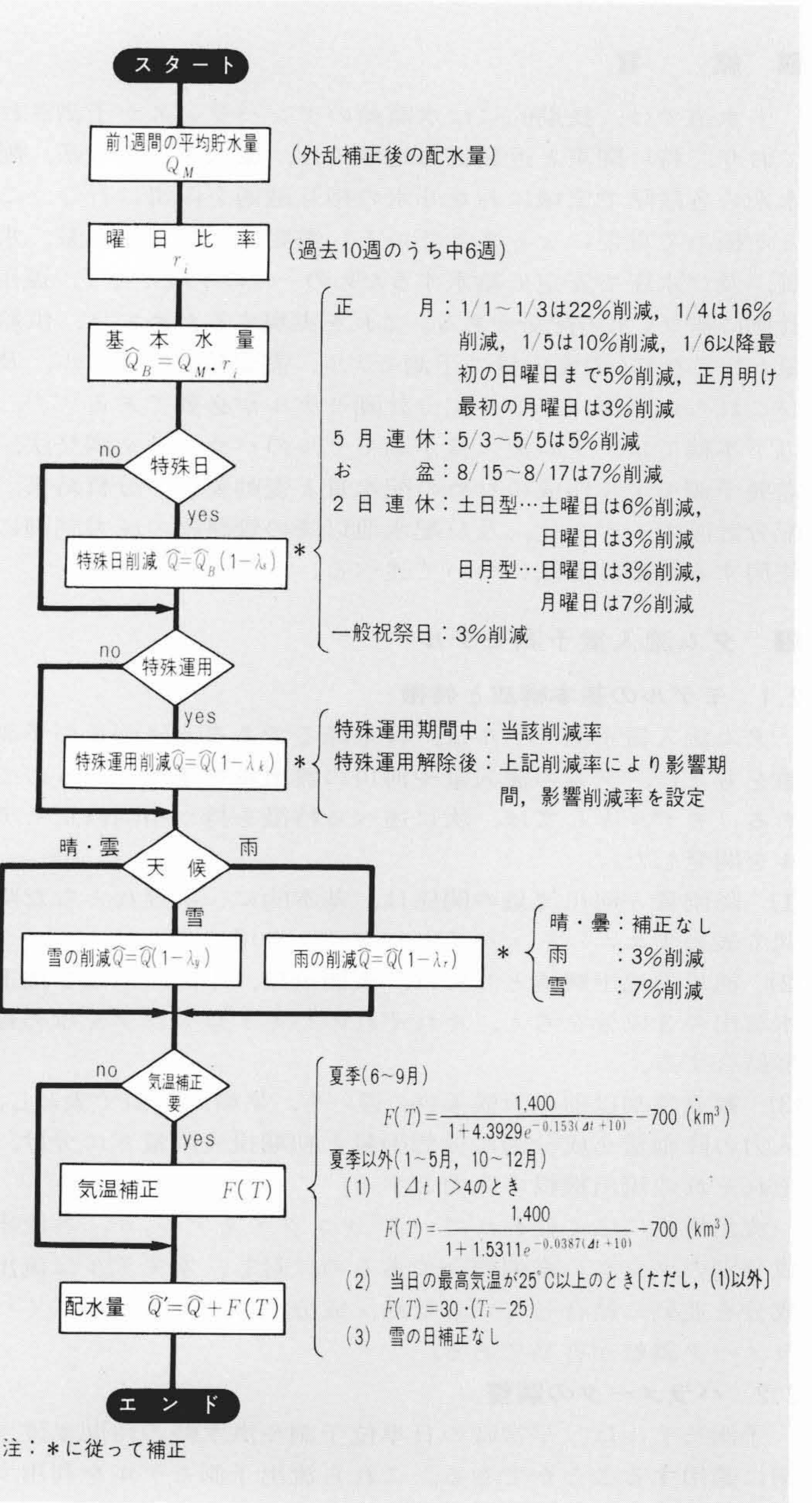


図2 日単位需要予測計算フローと解析によって得られたパラメータの値(東京都水道局全需要量予測の場合) 水需要量に影響を与える要因を選び出し、各要因が需要量へどれぐらい影響を与えるかを要因別に分析した結果を示す。

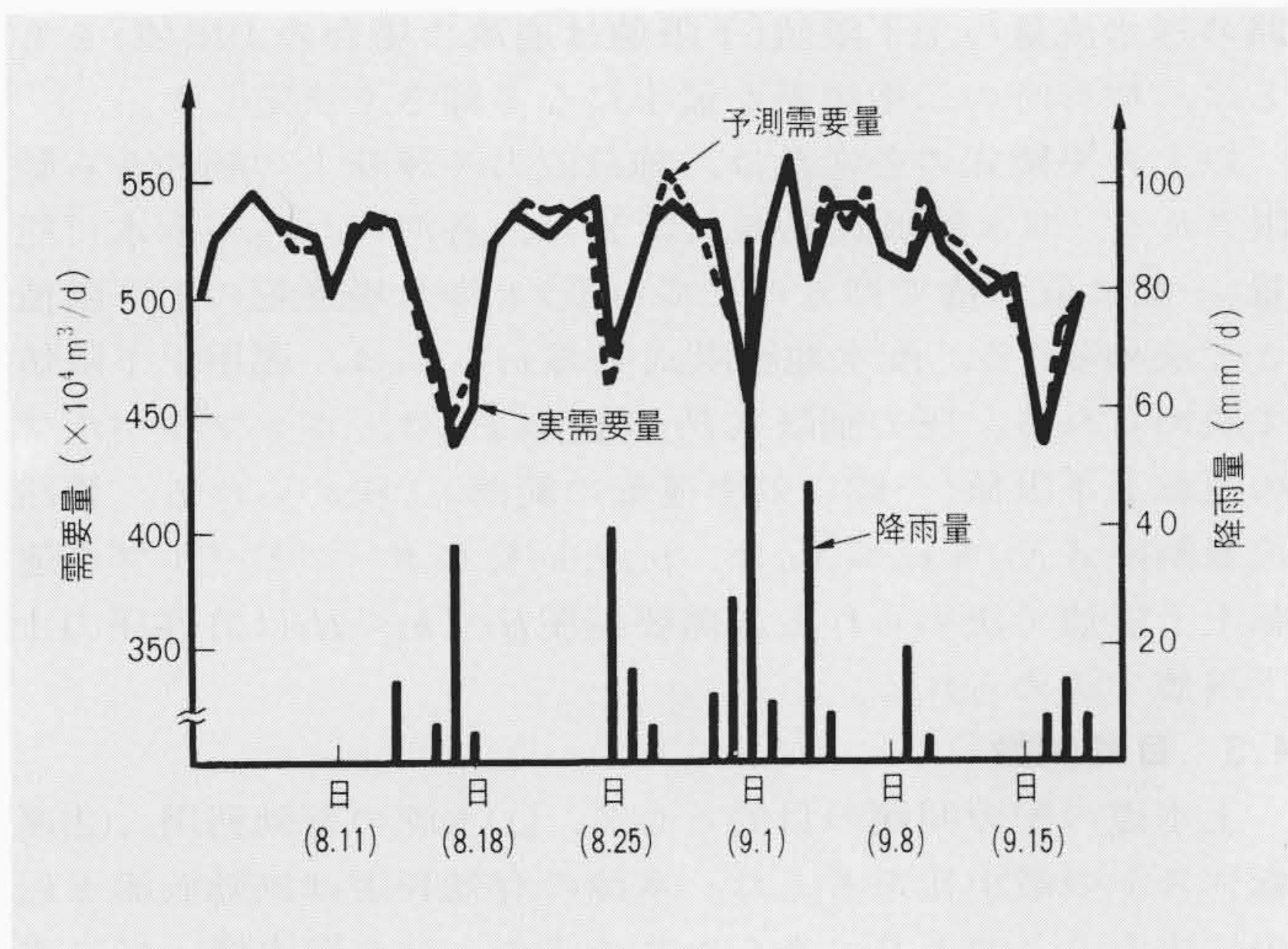


図3 日単位需要予測結果の一例(東京都水道局全需要量) 最近の最大配水量日を含む1箇月の配水量と予測値の結果を示したものであり、週平均配水量に曜日比率を掛け、変動分を差し引いて予測したものである。

均配水量との相関が非常に高い。

(4) 不規則変動の要因としては、天候、特殊日(正月、連休日、祝祭日など)及び気温の影響が大きい。

そこで、日単位需要予測の方式としては、前1週間の平均配水量から不規則変動を除去したものに曜日比率(週平均配水量と当該曜日の配水量との比率)を乗じたものを基本水量とし、これを当日の天候、特殊日、気温などの要因で補正する方式を採用した。計算フローを図2に示す。

上の方式で東京都水道局の昭和48年1月から昭和50年2月までの需要予測を行なったところ、789日のうち777日(98.5%)は誤差5%以内に収まり、十分実用に耐えることが確認された。予測結果のうち、需要変動が大きく、また需要の多い時期のものを図3に示す。

3.2 時間単位予測モデル

時間単位需要パターン(各時間の需要量と日単位需要量の比率)も季節、曜日、天候及び気温の影響を受けて変化する。東京都水道局芝給水所の昭和49年の配水量データから、時間単位配水パターンと上記要因との関係を解析した結果、図4に示すように、季節、曜日及び天候の要因により需要パターンが分類されることが判明したので、翌日の要因から需要パターンを予測することにした。また、需要パターンは配水区の属性に依存し、年ごとに変わると思われるので、予測を行なう際は過去数年間のデータによる需要パターンと、過去数箇月のデータによる需要パターンの指数平滑値を用いる方法を開発した。

4 流量、圧力同時配分計画用フレックス・モデル

4.1 流量、圧力同時配分方式の目的

都市上水道は、浄水場、給水所(配水池と同じ)、需要端などが送水管路で相互に結合され、大規模かつ複雑なネットワークを構成している。ネットワークに対しどのように水を流せばよいかを知るための配分計算は、このネットワークの各点での流量と圧力を求解する問題であり、具体的には浄水場の取水量、給水所への送水量、ポンプの吐出し圧力、及び管路の流量を決定するものである。流量、圧力同時配分方式は配分計算を数理計画の最適問題として取り扱うものである。

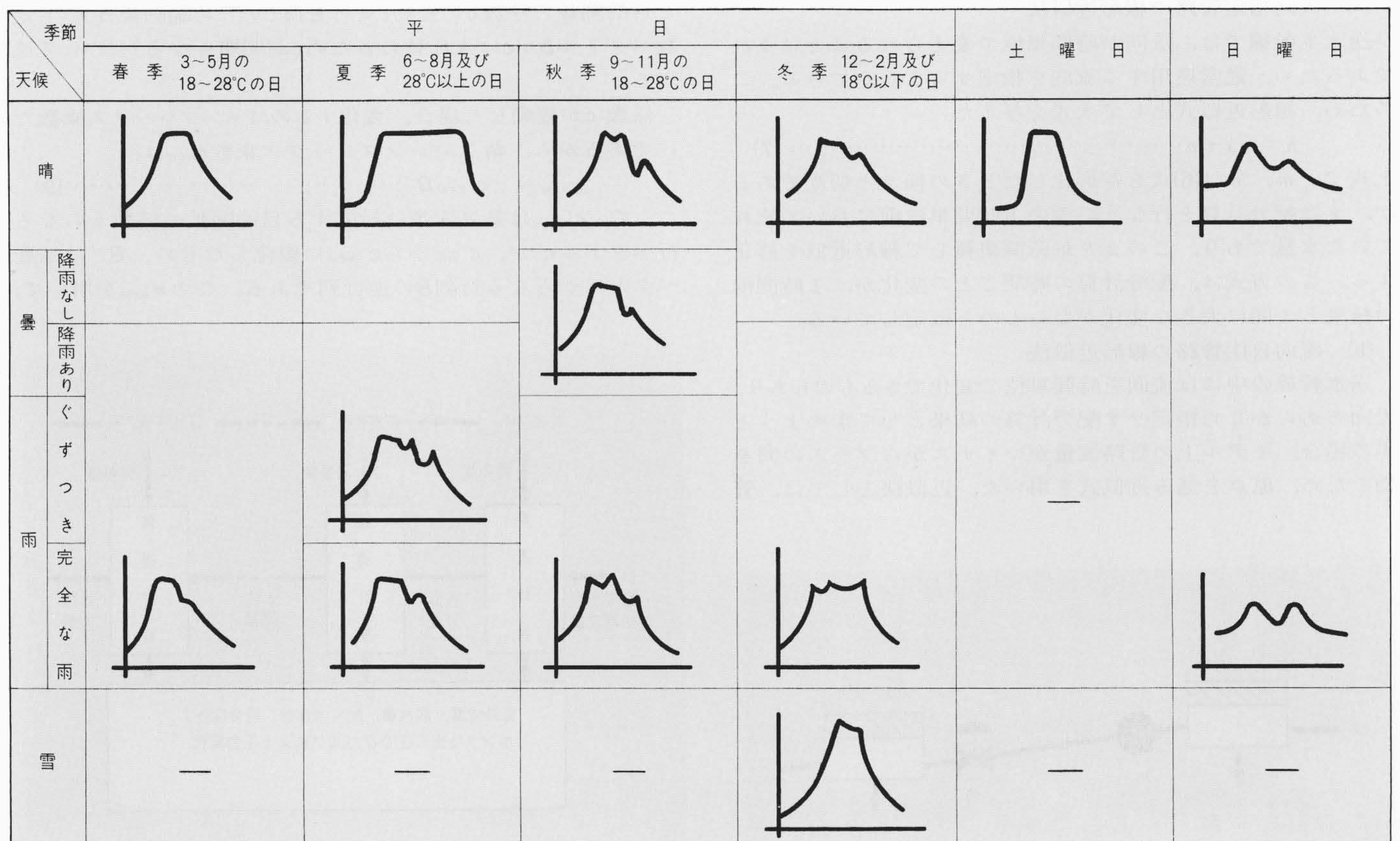


図4 時間単位配水量パターンの分類(芝給水所を例とした場合) 配水量のパターンは、需要対象地域の属性、天候、及び曜日によって種々変化する。本図は一例であって、需要属性が変化すれば、別のパターン分類が得られる。

その計算手順を次に示す。

4.2 定式化

配分モデルで使用する各種平衡式を次のように与えた。

(1) 流量平衡式

流量平衡式は、各施設の単位時間に流入出する流量と、施設(浄水場や給水所)内の池貯水量の増減との流量バランスを表わし、一般的に表現すると次式のようになる。

$$\sum_{j<i} x_{ji} - \sum_{j>i} x_{ij} + y_i - v_i - A_i = 0 \quad (4)$$

ここで、 x_{ij} は*i*から*j*への送水量、 y_i は*i*での取水量、 v_i は*i*池の貯水変化量、 A_i は*i*での需要量である(図5参照)。

(2) 圧力平衡式

圧力平衡式は、各管路の両端の水頭のバランスを表わし、一般的に表現すると次式のようになる。

$$h_{ij} - H_i - p_{ij} + H_j + p_{ji} = 0 \quad (5)$$

ここで、 h_{ij} は*i*から*j*へ水が流れたときの損失水頭、 H_i は*i*池の水位、 p_{ij} は*i*から*j*へ向かうポンプの吐出し圧、又はバルブ絞りによる水压変化である。なお、施設の出側には水頭の平衡を満足させるため、ポンプのない所に仮想ポンプ p_{ij} (水頭差を吸収する変数)を挿入した。

(3) 損失水頭式

管路流量と損失水頭の関係を表わす最も一般的な式として下記のハーゼン・ウィリアムスの式が用いられる。

$$h = Ax^{1.85} \quad (6)$$

ここで、 $A = L / (0.09375 C^{1.85} D^{4.87})$ 、 C は流速係数、 D は管径、 L は管長である。配分モデルでは、上式をそのまま導入し収束計算で求解することもできるが、演算速度を上げるため次式の線形近似式を採用した。線形近似法としては実際の管路内流向を考慮して次のように分けた。

(a) 流向指定管路の線形近似法

送水主幹線では、流向が時間単位で変えられることはまれであるため、通常運用する流向を指定することができる。このため、線形近似式として次式を与えた。

$$h = mx + n \quad (7)$$

上式で、 m 、 n は(6)式を線形化したときの傾きと切片であるが、 x は配分計算を行なう時刻の1時間単位前において流れていた水量であり、この x を毎時間更新して線形近似を修正する。この方式は、配分計算の時間ごとの変化が、1時間前の結果との間に大きな変化がないものと仮定している。

(b) 流向自由管路の線形近似法

送水幹線の中には流向を時間単位で変化できるものもあり、流向をあらかじめ指定せず配分計算の結果として求めようとする場合、モデル上の管路流量がマイナスからプラスの間を動くため、原点を通る近似式を用いた。近似法としては、管

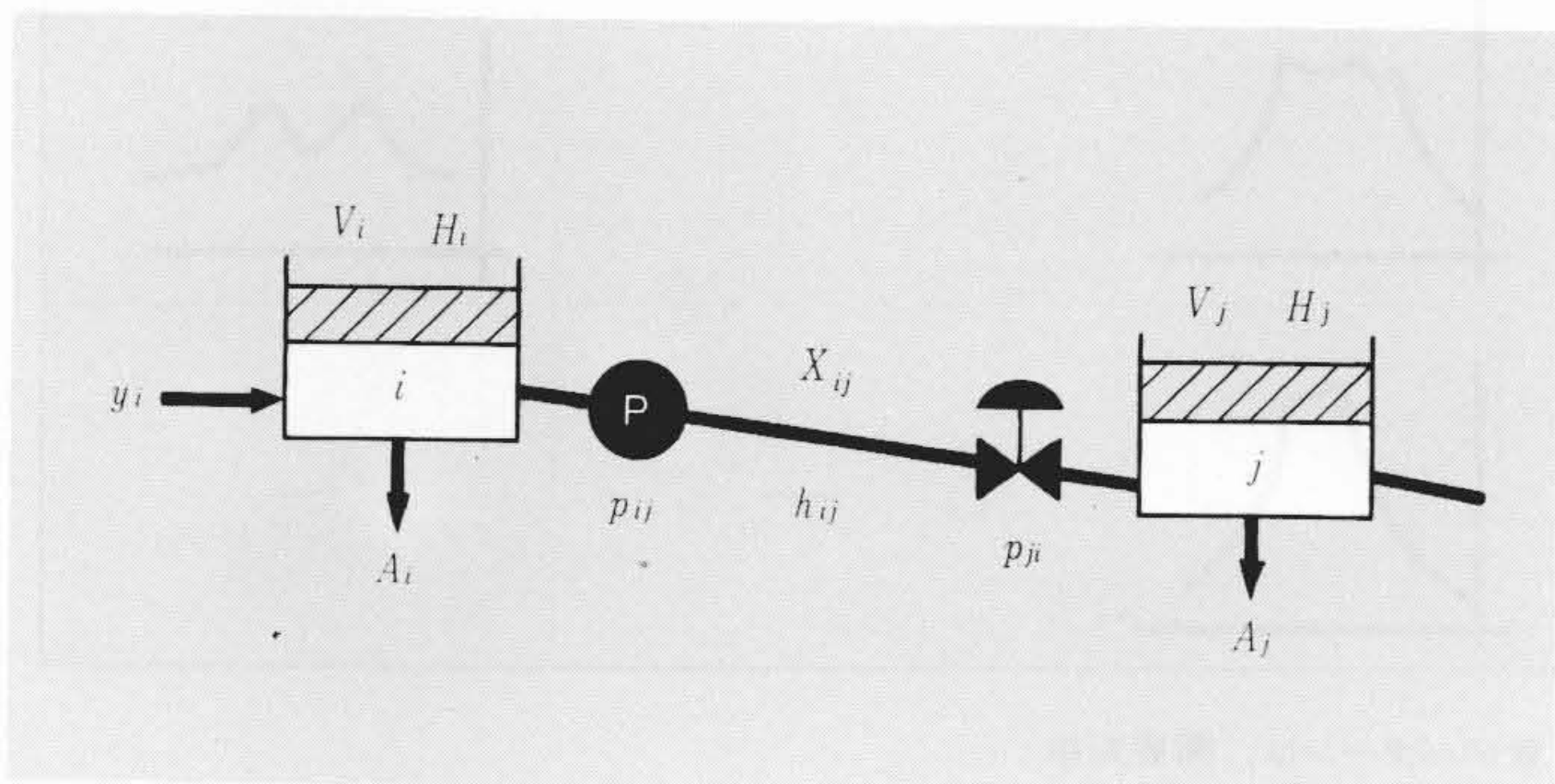


図5 変数の説明図 図中の小文字は変数を、大文字は定数を表わす。

路の送水流量の上下限值(下限値は逆流の場合の上限値)をもとに、線形時の二乗誤差が最小になる傾きを決定した。

以上の平衡式の各変数は、施設能力や運転上の制約から制限される。取水制限式 $\underline{Y}_i \leq y_i \leq \bar{Y}_i$ は、各河川からの取水可能量(一般に取水権で抑えられている)と浄水場運転の上下限值とで決められる。配水池制限式 $\underline{V}_i \leq v_i \leq \bar{V}_i$ は、運用上下限值で決められる。圧力制限式 $\underline{P}_{ij} \leq p_{ij} \leq \bar{P}_{ij}$ は、ポンプやバルブの運転上下限值(一般に効率運転の範囲)で決められる。管路流量制限式 $\underline{X}_{ij} \leq x_{ij} \leq \bar{X}_{ij}$ は、 p_{ij} と同様にポンプとバルブの運転上下限值で決められる。需要端圧 $\underline{H}_i < h_i < \bar{H}_i$ は許容圧力上下限值で決められる。

4.3 目的関数

上水道の配分問題の目的として、(1)水源の有効利用、(2)運転コストの最小化を考えた。水源の有効利用は無効放流を最小にすることであり、あらかじめ決められた取水権一杯に水を取ることである。運転コストには、ポンプの電力費と浄水場内の薬品注入費がある。以上より目的関数として次式を与える。

$$f = \sum_i c_i y_i + \sum_{ij} d_{ij} p_{ij} \rightarrow \min \quad (8)$$

ここで、 c_i は取水コスト又は優先取水のウェイト、 d_{ij} はポンプの運転コストである。

4.4 最適化手法

配分モデルの最適化手法としては、原問題を双対変換しLinear Programming(LP)手法の中の改訂シンプレックス法を図6のように時間ごとに適用したが、更に時間ごとの解が連続性を持ち同時に演算速度を上げることを目的として、感度解析手法を導入した。この手法は、各種の変数が変化したときに、はじめに行なった計算の結果を修正して簡単に解を求める方法である。次に、本モデルで主として問題となった目的関数の係数 c の変動(双対変換したため制約条件式の定数ベクトル b が c に入れ替わるため c が問題となる)について述べる。

係数 c が変動した場合、変化するのはシンプレックス乗数だけであるから、新しいシンプレックス乗数 π_{new} は、

$$\pi_{new} = -c'_{new} B^{-1} \quad (9)$$

ここで、 c'_{new} は基底変数に対応する目的関数の係数からなる行ベクトル c' が、 c'_{old} から c'_{new} に変化したもの、 B^{-1} は基底ベクトルからなる行列 B の逆行列である。この π_{new} を用いて、

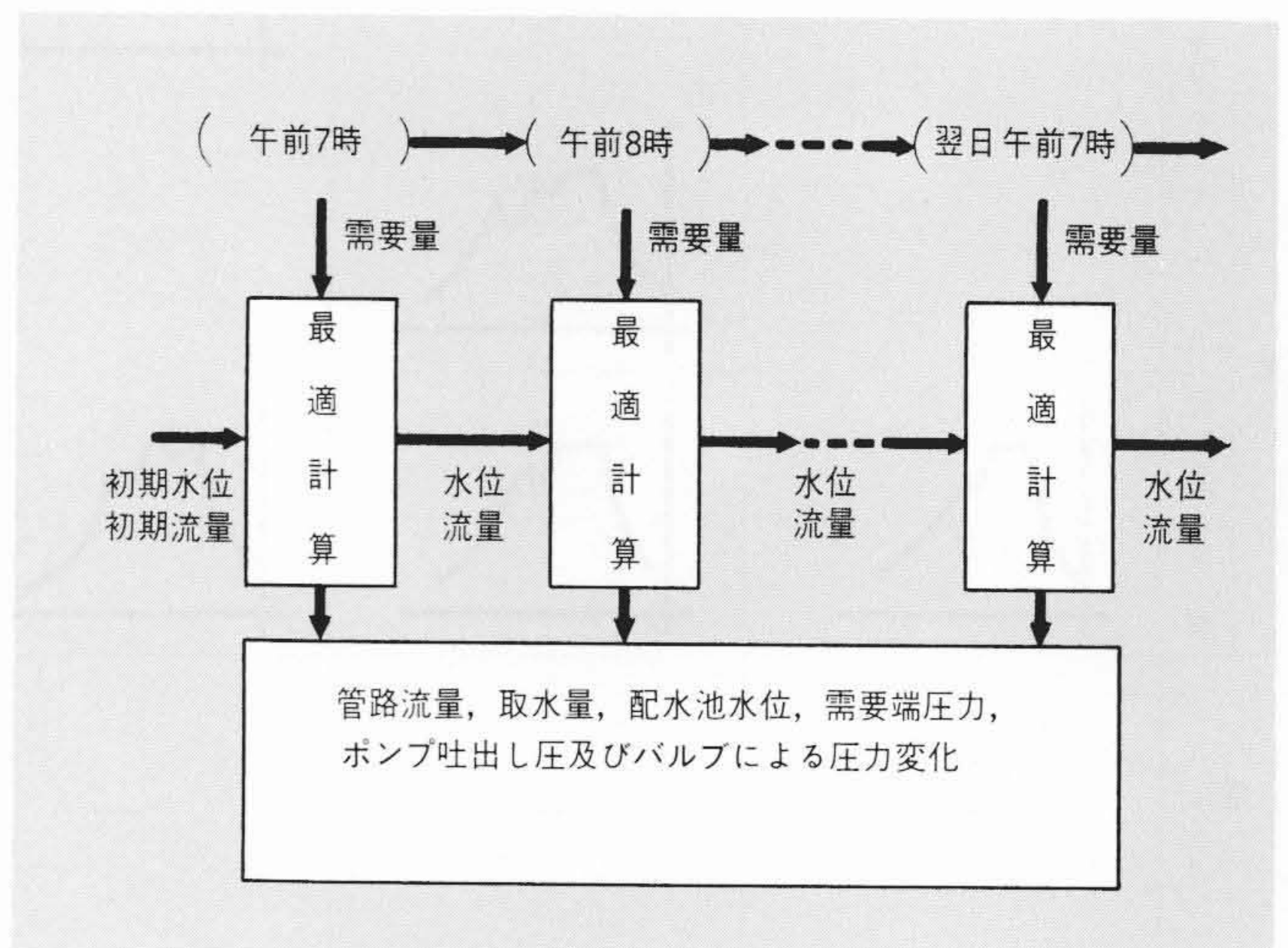


図6 配分計算方式の概略手順 最適化は、各時間の最適計算を24回繰り返して行なわれるが、解の連続性を保つため線形計画(LP)法の中に感度解析手法を取り入れた。

$c'_j = c_j + \pi a_j$ を計算する。ここで a_j は制約条件式の係数行列 A の非基底変数に対応する各列の列ベクトルである。後は通常の改訂シンプレックス法の手順で計算する。

4.5 フレックス・モデルの開発

(1) 配分計画モデルの汎用化の目的

上水道ネットワークは、施設の増設や事故時などで、ネットワークそのものが変化する。このため、それに対応してモデルを変更する必要がある。モデルの作成や変更はかなりの手間がかかり、簡単に行えない。特に事故時に対応して再計算をオンラインで行なう場合は、マニュアルでモデルを作成したのでは到底間に合わない。そこで、現実の水道ネットワークを数学的モデルで記述する際、すべてをプログラムの処理にすることが望ましい。この部分をプログラム化することにより、ネットワークの接続関係を表わす情報を入力すれば、計算機によってモデルの作成、及び配分計算を連続して行なえる。今回、このようなプログラムを開発し、どのようなネットワークにも対応できるという意味でFlexible Network Model(略称フレックス・モデル)と名付けた。

(2) 従属変数と独立変数の自動選別アルゴリズム

ネットワークでは、流量平衡式、圧力平衡式及び損失水頭式が成立することについて既に明らかにしたが、これらの式に表われる変数は、 x_{ij} , y_i , v_i , h_{ij} , h_i , p_{ij} である。添字に具体的にとれるすべての値を代入して順番に書き並べたものを改めてベクトル X とすると、制約行列式は次式のように表わすことができる。

$$AX = b \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 A は $m \times n$ の行列($m < n$)、 m は式の数、 n は変数の数、 b は m 次元の定数ベクトルである。さて、ベクトル X の成分 $x_1, x_2, \dots, x_n$ を m 個の従属変数と $n-m$ 個の独立変数とに分類する。まず、従属変数と独立変数に分類できたと仮定し、変数の並べ換えを行なって、第1番目から第 m 番目までに従属変数、第 $m+1$ 番目から n 番目までに独立変数を並べたとする。この時 X の成分の入れ換えに対応して、 A の列ベクトルを入れ換える。入れ換えが終了した後の行列 A について、

$$A = \begin{matrix} \leftarrow m \rightarrow & \leftarrow p \rightarrow \\ \downarrow & \\ m & [A_m, P] \dots\dots\dots (11) \\ \downarrow & \end{matrix}$$

で表わされる分解を行なえば、必ず A_m は正則行列となっているはずであり、したがって A を変形して、

$$A' = \begin{matrix} \leftarrow m \rightarrow & \leftarrow p \rightarrow \\ \downarrow & \\ m & [I_m, P'] \dots\dots\dots (12) \\ \downarrow & \end{matrix}$$

のように対角化することが可能である。自動選別アルゴリズムは、 A_m が正則行列となるように列ベクトルを選び出すとともに、同時に A_m の対角化を行ない、従属変数と独立変数を自動的に分類し、LPの制約行列式を作成する。

4.6 シミュレーション結果

東京都水道局の水系を例に配分計画を行なった。水系図を図7に、シミュレーション結果の一例を図8に示す。平常時や事故時の各種シミュレーション結果より、取水配分計画、送水配分計画、浄水場運用計画、給水所(配水池)運用計画、ポンプ運転計画などが各施設能力上下限と需要点下限圧保障

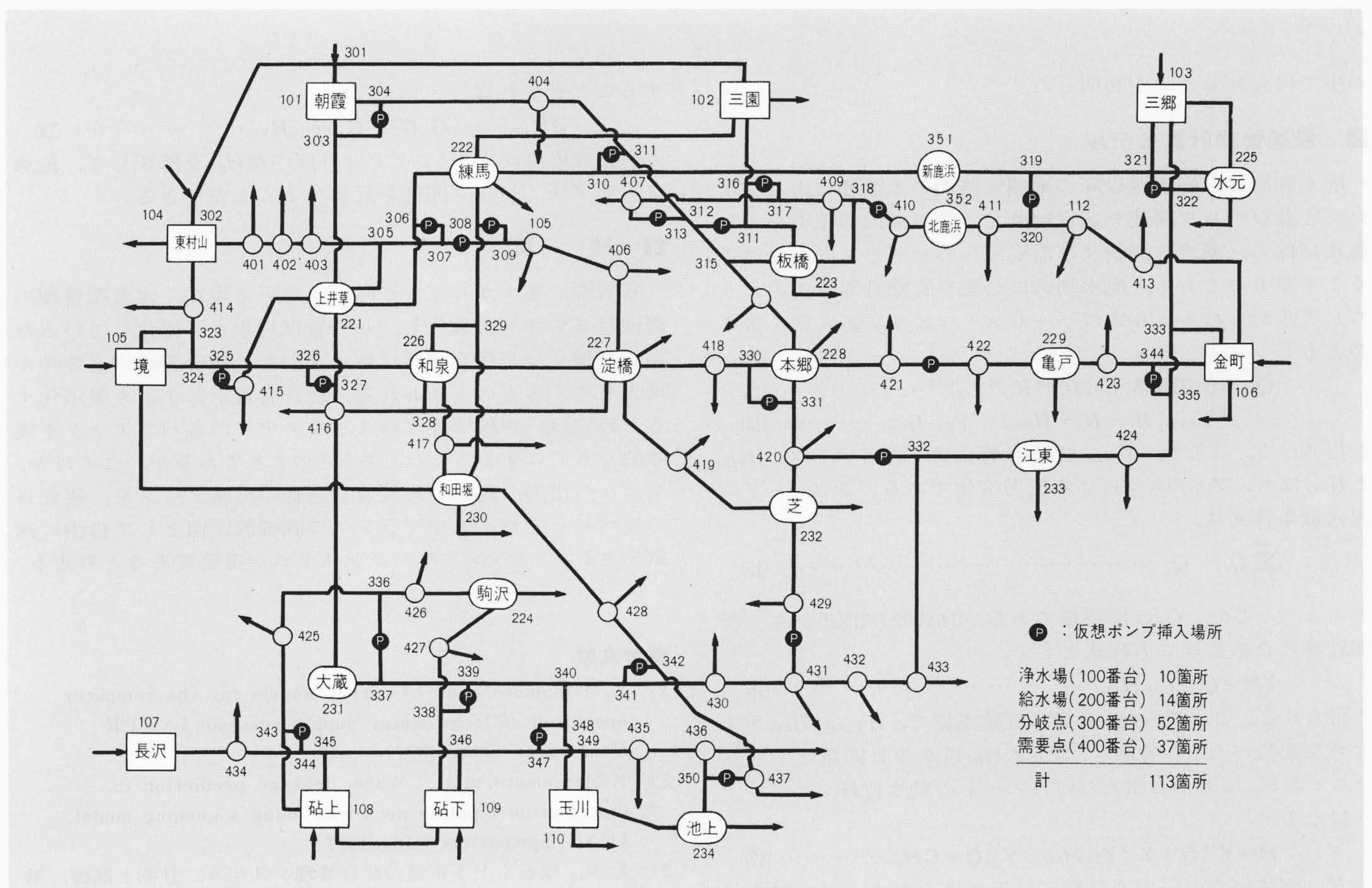


図7 東京都水道局幹線ネットワーク図 本図は、浄水系のネットワーク・スケルトンであり、図中●はモデル上の圧力ギャップを吸収するための仮想ポンプ挿入場所を示す。

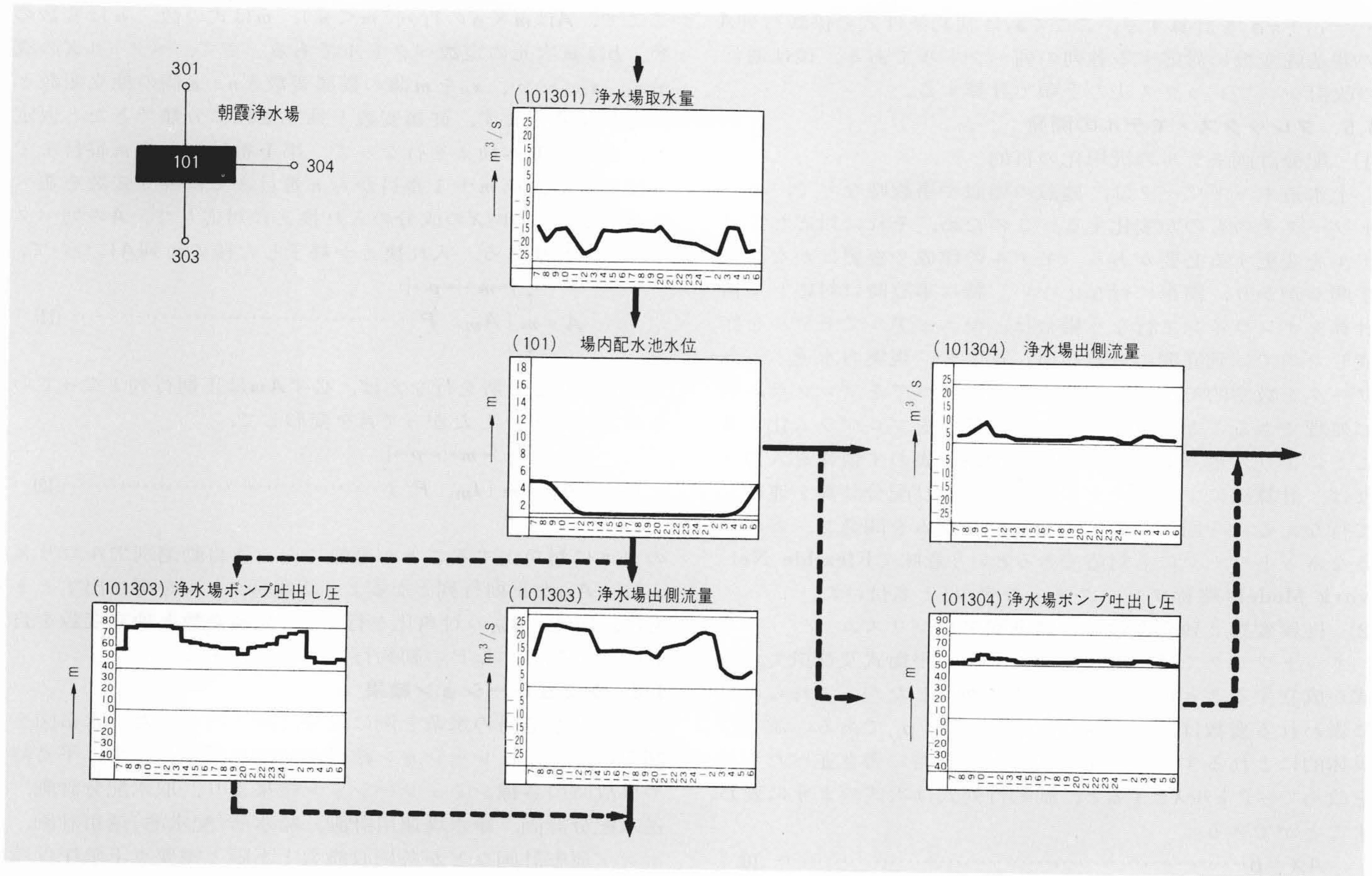


図8 流量・圧力同時配分計算結果一例(朝霞浄水場) 本図は、全系の出力結果の一部であり、各施設についてこのような結果が得られる。出力結果としては、このほか需要点圧力、バルブ絞り圧力などが得られる。

の中で得られることが判明した。

5 最適管網計算モデル

配水制御は、配水池以降の末端管路網の水需要に応じてポンプ圧及びバルブ開度を適宜制御し、管路網内の圧力分布を適正に保ち、漏水の抑制及び需要家へのサービス向上を図ろうとするものである。配水制御に必要な管網計算は次のようにして求められる。(6)式のハーゼン・ウィリアムス式を書き替えると

$$Q_{ij}=0.27853\ C_{ij}\ D_{ij}^{2.63}\ H_{ij}^{0.54}\ L_{ij}^{-0.54}\cdots\cdots\cdots (13)$$

$$=Y_{1\ ij}\ (H_i-H_j+H_{pij})+Y_{2\ ij}\ H_{vij}\cdots\cdots\cdots (14)$$

が得られる。ここで、 $Y_{1\ ij}$ 、 $Y_{2\ ij}$ は管網アドミッタンス、 H_{pij} と H_{vij} はポンプとバルブによる圧力変化である。次にノードの流入量条件式は、

$$\sum_{i=1}^n\ Q_{ij}=Q_j\cdots\cdots\cdots (15)$$

である。ここで、 Q_j は需要量である。(14)式及び(15)式から、管網計算のための連立方程式として、

$$YH=Q+Y_{pv}\ H_{pv}\cdots\cdots\cdots (16)$$

が得られる。ここで、 H_{pv} は流入点動水位で、 H_{pij} 、 H_{vij} をまとめた変数ベクトルであり、 Y_{pv} は H_{pv} にかかる係数マトリックスである。これから求めたい各ノードの動水位 H は次式のようになる。

$$H=Y^{-1}\ Q+Y^{-1}\ Y_{pv}\ H_{pv}=Y^{-1}\ Q+CH_{pv}\cdots\cdots\cdots (17)$$

一方、管路網内の圧力を目標圧に近づけるため、ポンプやバルブの最適吐出し圧を決定する最適管網計算を行なうための目的関数を、実動水位 H と目標水位 H_r との差の平方の最小に

することとすれば、

$$\Delta H_{pv}=-(G^t\ G)^{-1}\ G\ (H-H_r)\cdots\cdots\cdots (18)$$

と操作変更値が求まり、これより操作量 H_{pv} を修正して、最適なポンプ圧、バルブ開度を計算することができる。

6 結 言

省資源、省エネルギーが叫ばれている現在、水資源管理の範囲はますます広域化し、かつ管理対象も多様化しているため、今後、全系統を同時に眺めながらの総合管理の必要性が増大してくるものと思われる。総合管理システムを実用化するためには、本稿で述べたようなモデルの各パラメータを実際的なものにすることはもちろんのことであるが、このほか、モデルの出力、過去の需要及び運転の実績データを、運転員のオペレータガイドやプラントの制御設定値として自由に選択できるようなマン・マシンシステムが重要であると考える。

参考文献

- 1) K.Matsumoto, et al. : Control models for the computer operation of large water supply systems, IAWPR Conference (May, 1977)
- 2) K.Matsumoto, et al. : Water leakage prediction in distribution pipeline networks using a queuing model, IFAC Symposium (Aug. 1977)
- 3) 松本, 塩谷 : 上下水道の総合管理システム, 計測と制御, 第16巻, 第1号(昭52-1)
- 4) 浜岡, 松本 : 水資源管理へのコンピュータ利用, オペレーションズ・リサーチ, Vol.21, No.6 (1976.6)