

CADにおける物理シミュレーションシステム

Physical Simulation Software in Computer Aided Design

物理シミュレーションシステムは、設計解析システムとして日立製作所の各分野で開発され、製品の品質向上、開発時間の短縮に寄与している。製品の機能が高度化している現在、物理シミュレーションの機能・性能の向上は不可欠である。これに対応するため、日立製作所の社内でも処理速度の向上、アルゴリズムの改良を図っている。

本論文では物理シミュレーションの代表例である構造解析、電磁場解析について、どのような研究・改良がなされているかについて紹介する。また、物理シミュレーションを効果的にするには、モデルの形状定義を容易にする必要があるため、急速に発達している図形処理技術とどのように結合していくべきかについても合わせて触れる。

調 敏 行* Toshiyuki Shirabe
織田村元視** Motomi Odamura

1 緒 言

計算機を利用してモデルを作り、計算機の内部でモデルを動かす、その挙動を観察することをシミュレーションという。

物理シミュレーションのモデル動作は物理現象を支配する基本方程式に依存している。表1に代表的な物理シミュレーションシステムを示す。

物理シミュレーションの過程は、これらの基本方程式をある境界条件の下で解くことである。高度の設計解析を要求される半導体デバイス設計や原子炉の設計では、物理シミュレーションが頻りに用いられている。このため各種の数値解法や高速演算法が開発された。前者の代表例が有限要素法、境界要素法であり、後者のそれは数千元以上の大規模行列の高速演算法である。

表1 物理シミュレーションの代表例 日立製作所社内で行われている代表的な物理シミュレーションシステムを示す。SPICE2は1975年にカリフォルニア大学バークレー校で開発されたプログラムである。

項番	種 類	基本方程式	解 法	プログラ ム名	適用 分野
1	構造解析	仮想仕事の原理	有限要素法	ISASII	構造物の (強度解析 振動解析 熱伝導解析)
2	電磁界解析	マクスウェルの方程式	有限要素法 境界要素法 差分法	CADDET など	半導体のデバイス解析 電気機器の解析
3	回路解析	キルヒホフの法則	節点解析法	SPICE2	非線形 回路の (直流解析 交流解析 過渡解析)
4	連続系 シミュレーション	時間に関する常微分方程式で表わされる式	常微分方程式の数値解法	DDSL	自動制御系の時間 応答 機械の振動解析

注：略語説明

- ISASII (Integrated Structure Analysis System II: 総合構造解析システムII)
- CADDET (Computer Aided Device Design in Two Dimensions: FET2次元解析プログラム)¹⁾
- SPICE2 (A Computer Program to Simulate Semiconductor Circuit)
- DDSL (Digital Dynamics Simulation Language: 連続型シミュレーション言語)

速演算法である。

本稿では、代表的な物理シミュレーションである構造解析システムと電磁界解析システムの開発技術について紹介する。

2 構造解析システム

2.1 特 長

構造解析システムISAS II (Integrated Structure Analysis System II)は、有限要素法を用いて連続体の構造解析、熱伝導解析を行なう汎用構造解析プログラムであり、次に述べるような特長がある。

- (1) 大形の有限要素モデルを高速に処理できる。
- (2) 豊富な有限要素の種類を用意している。
- (3) 静的・動的解析機能のほか応答スペクトル解析、周期対称性解析などができる。

2.2 開発経過

日立製作所はNASA(アメリカ航空宇宙局)との技術交換で入手したNASTRAN (NASA Structural Analysis) レベル15.5.1に基づいて昭和51年に汎用構造解析システムISASを開発した。更に顧客ニーズの増大と多様化に対応して、大規模な問題をより高速に処理し、解析機能を充実させたISAS IIを昭和55年4月にリリースした。

2.3 ISAS IIでの機能強化

2.3.1 大次元疎行列の高速演算法²⁾の採用

構造解析に現われる連立一次方程式の係数行列は、対称疎行列^{*1)}である。NASTRANやISASでは、アクティブカラム成分^{*2)}を考慮した、バンドマトリックス法^{*3)}を用いて連立一次方程式を解く。この方法は、演算の中間結果を解析の終わ

- ※1) 行列の要素のほとんどが、ゼロの値をとる行列を疎行列という。構造解析に現われる行列は、疎行列であると同時に対称行列でもある。
- ※2) 行列の非ゼロ要素が対角要素付近に帯状に分布している場合、帯状部分の外側にある非ゼロ要素を言う。
- ※3) 行列の高速演算技法のひとつで、帯行列の場合は帯の外側はゼロであることを利用して計算回数を削減する。

* 日立製作所ソフトウェア工場 ** 日立製作所日立研究所

表2 行列演算の高速化処理時間比較例 基本静的解析で従来方式と比較して大幅な時間短縮を図った。

方式	従来方式		新方式			
	IAPなし		IAPなし		IAPあり	
区分	CPU時間	経過時間	CPU時間	経過時間	CPU時間	経過時間
時間(s)	387	674	197	465	139	366

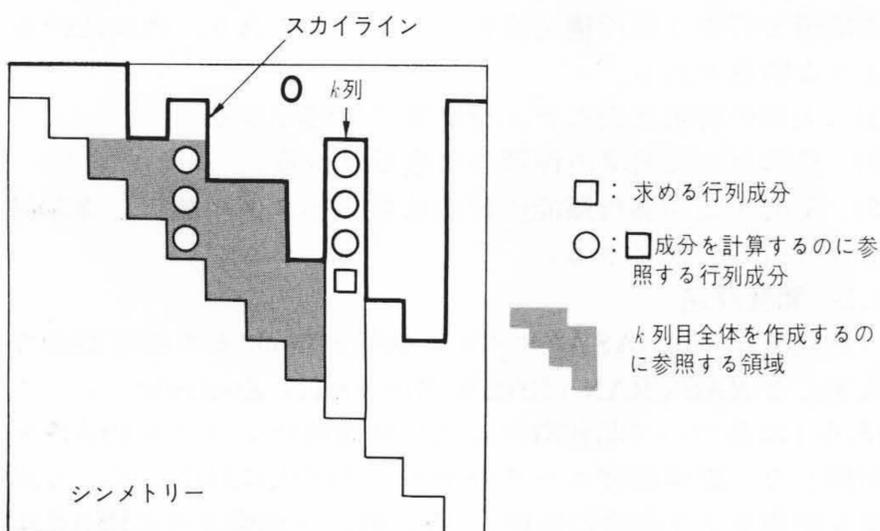
注：略語説明 IAP (内蔵形アレイプロセッサ) CPU (中央処理装置, M-280H)

りまで主記憶上に保持する必要があるため、計算機の主記憶量に応じて、解ける問題の大きさが決まってしまう。また、行列1成分を計算するごとに結果を主記憶上にストアするアルゴリズムであるため、レジスタを有効に利用できず、高速演算ができない。

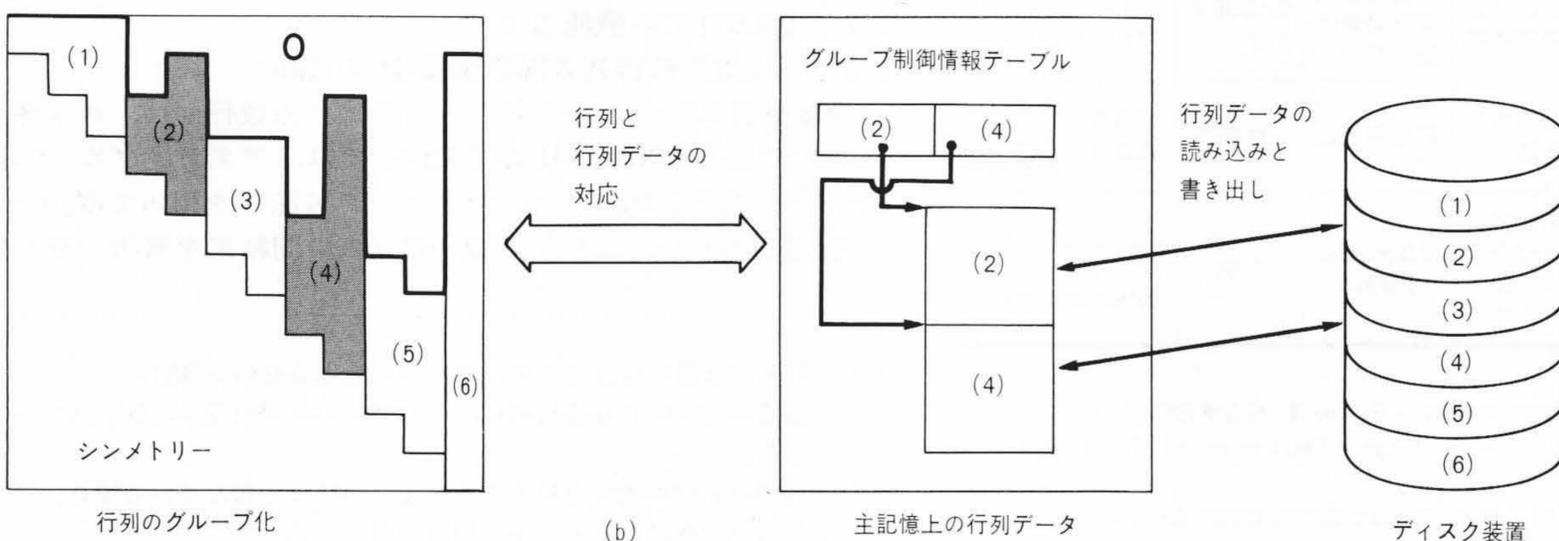
ISAS IIでは、中間計算結果を解析の終わりまで主記憶上に保持しないスカイライン法を実用化した。この方法はレジスタを有効に利用する内積演算を主体としているため、ストア型のアルゴリズムに比べて高速演算処理が実現できるようになった。また、内蔵アレイプロセッサ^{※4)}が適用できるプログラム構造にすることで、更に、処理時間を短縮することができた(表2)。

(1) スカイライン法

スカイラインとは、行列の各列の先頭の非ゼロ要素を結んでいくと、ちょうど山の稜線(スカイライン)に似ていることか



(a)



(b)

図1 スカイライン法 行列の各列の先頭の非ゼロ要素を結んだ線を、スカイラインという。計算は対角要素とスカイラインの間にある要素を列単位でグループに分割し、計算に必要なグループだけ主記憶上にあるように制御しながら計算を行なう。

ら名付けられたものである。疎行列ではゼロ要素を計算しない工夫が大切である。スカイライン法では、スカイラインから上側に位置するゼロ要素を保持しないので、それだけ作業エリアと演算回数を省くことができる。この場合、スカイラインができるだけ対角要素の近くにあれば、それだけ効果的にゼロ要素を処理できる。このためISAS IIではCuthill-Mckeeの手法による帯幅縮小機能を内蔵している。

計算はレジスタを有効に使用する内積演算を主体とするもので、1列分を作成するのにそれまでに計算し終えた列だけを参照する[図1(a)]。行列成分を一度に主記憶に保持することはできない場合が多いので、主記憶量に応じて行列を列単位でグループに分割し、演算に必要なグループだけ、そのつどディスク装置から主記憶上に読み込む[同図(b)]。計算の完了したグループをディスク装置に書き出せば、演算の中間結果を主記憶に保持する必要がなくなり、主記憶量の制限から解放される。大形モデルを基本静的解析で解く場合、スカイライン法の採用によって、データによってはCPU(中央処理装置)処理時間を50%削減することができた。

(2) 固有値計算法の改良

振動解析は静的解析よりも時間がかかる。そこで逆反復法での行列計算にもスカイライン法を適用して、高速化した。また、最小固有値から数個ないし数十個の固有値を効率良く求めるサブスペース法を追加した。

2.3.2 解析機能の充実

ISAS IIではNASTRANのもつ構造解析12種類、流体を含む解析4種類、熱伝導解析3種類の解析機能に、次の解析機能を追加している。

- (1) 応答スペクトル解析
- (2) 周期対称性解析

また、熱伝導解析を行なったあと、発生する熱荷重による応力解析を行なうこともできる。表3にISAS IIの機能一覧を示す。

3 電磁界解析システム

3.1 特長

電磁界解析とは、いわゆるマクスウェルの方程式を解くことである。マクスウェルの方程式はそのままでは解きにくい。ため、解析対象の場の特性を考慮して、種々の簡易化をする

※4) CPU(中央処理装置)に内蔵され、科学技術計算を高速に処理する付加機構のひとつである。

表3 ISAS IIの機能一覧 ISAS IIの解析機能を示す。

項番	分類	機能	概要
1	構造解析	基本静的解析	静的な荷重に対する構造物の変位, 応力, 要素力, 支点反力などを求める。
2		慣性を考慮した静的解析	慣性運動を行なっている物体の静的解析を行なう。
3		固有モード解析	構造物の固有振動数と固有振動モードを求める。 実固有値問題 $[K - \omega^2 M] \{u\} = 0$
4		幾何学的非線形解析	変形が大きい場合の非線形性を考慮した解析を行なう。
5		座屈解析	座屈荷重及び座屈モードを求める。 実固有値問題 $[K - \omega^2 M] \{u\} = 0$
6		材料非線形解析	材料特性の非線形性を考慮した解析を行なう。
7		直接法による複素固有値解析	構造物の減衰効果を考慮した振動解析を行なう。複素固有値問題 $[K + pB + p^2 M] \{u\} = 0$
8		直接法による周波数及びランダム応答解析	正弦波入力荷重に対する構造物の定常的挙動の解析及びパワースペクトル密度, 自己相関係数の計算を行なう。 一次方程式 $[K + i\omega B - \omega^2 M] \{v\} = \{P(\omega)\}$
9		直接法による過渡応答解析	時間に依存した外力に対する系の応答を求める。 微分方程式 $[M]\{\ddot{u}\} + [B]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P(t)\}$
10		モード法による複素固有値解析	モード座標系での複素固有値解析を行なう。 $[k + pb + p^2 m]\{\xi\} = 0$
11		モード法による周波数及びランダム応答解析	モード座標系での周波数ランダム応答解析を行なう。 $[k + i\omega b - \omega^2 m]\{\eta\} = \{p(\omega)\}$
12		モード法による過渡応答解析	モード座標系での過渡応答解析を行なう。 $[m]\{\ddot{\xi}\} + [b]\{\dot{\xi}\} + [k]\{\xi\} = \{p(t)\}$
13	流体を含む解析	固有モード解析	容器内に入れられた流体の固有モード解析を行なう。
14		複素固有値解析	流体と構造物の連成した固有振動モードを求める。
15		周波数及びランダム応答解析	構造物に荷重を与えたときの周波数及びランダム応答解析を行なう。
16		過渡応答解析	構造物に時間依存の荷重を与えたときの過渡応答解析を行なう。
17	熱伝導解析	線形定常解析	線形で定常な熱伝導解析を行なう。 $[K]\{u\} = \{P\}$
18		非線形定常解析	温度に依存する熱特性, 輻射熱交換を取り扱うことができる。 $[K]\{u\} + [R]\{u + T_0\}^4 = \{Q\} + \{P\}$
19		非定常解析	輻射熱交換, 時間依存, 温度依存の非線形熱流量による過渡応答解析を行なう。 $[K]\{u\} + [B]\{\dot{u}\} = \{P(t)\} + \{N(T)\}$
20	その他の解析	応答スペクトル解析	地震波などの加振に対して, 構造物の応答スペクトル曲線, 及び最大応答を求める。
21		周期対称性解析	軸対称構造物に対し, 通常のを要素を使用してフーリエ展開し, 解析を行なう。

必要がある。簡易化の一つの方法が, スカラーポテンシャル ϕ やベクトルポテンシャル \mathbf{A} を未知数とする方程式に変形することである。日立製作所で開発した電磁界解析プログラムは, これらのポテンシャルに従う方程式を解くものである。

表4は, 日立製作所が開発した電磁界解析プログラムである。解析対象の場の特性に従って, 9種のプログラムがある。プログラムに採用されている解法には, 有限要素法, 境界要素法, 差分法及び境界積分法がある。

3.2 開発の経過

表4に掲載した電磁界解析プログラムは, 日立製作所の製品である電気機器の研究や設計に使用する目的で開発したものである。

本プログラム群で電磁界解析を行ない, 性能向上を進めている日立製作所の製品には, 核融合装置, 回転機, 変圧器, しゃ断器などがある。また, 各種の磁気ヘッド, 磁気ベアリングなどの設計にも使用されている。

3.3 数値解法

主要な解法である有限要素法と境界要素法について述べる。

3.3.1 有限要素法

有限要素法は構造解析の分野で発展した数値解法である。構造解析の隆盛に触発されて, 電磁界解析にも応用されるようになってきたが, まだ歴史は浅く, 10年程度である。

有限要素法が適用される以前の電磁界解析の方法は, フーリエ級数やベッセル関数などを用いる解析的方法と差分法が主であった。解析対象の形状が複雑となり, また高精度の解を要求されるため有限要素法が用いられるようになった。電磁界解析で用いられる有限要素法は, 構造解析でいうソリッド要素だけを用いたものである。反面, 複素ベクトルポテンシャル $\dot{\mathbf{A}}$ や運動項 $\mathbf{v} \cdot \text{grad } \mathbf{A}$ のある方程式を解く必要があるなどの相違点もある。

3.3.2 境界要素法

有限要素法は, 解析する形状の全領域をすべて有限要素に分割する必要がある。これは有限要素法を使用する上でかなりの労力を必要とする作業となる。この反省から開発されたのが境界要素法である。解析する形状の境界だけを有限要素に分割すれば, 形状全域にわたる解を求めることができる。

表4 電磁界解析プログラムが解く方程式と解法^{3)~9)} 場の方程式は電界や磁界を直接未知数とはせず, ベクトルポテンシャル \mathbf{A} やスカラーポテンシャル ϕ に関する偏微分方程式である。

解析対象	方程式の形	解法		
2次元	電界	$-\text{div}(\epsilon_0 \cdot \text{grad } \phi) = \rho$	境界要素法 有限要素法 有限差分法	
	磁界	静磁界	$-\text{div}(\mu \cdot \text{grad } \phi) = 0$	境界要素法 有限要素法 有限差分法
		直流定常	$-\text{div}(\frac{1}{\mu} \cdot \text{grad } \mathbf{A}) = \mathbf{J}$	有限要素法 有限差分法
		交流定常	$-\text{div}(\frac{1}{\mu} \cdot \text{grad } \dot{\mathbf{A}}) + j\omega\sigma \dot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{J}}$	有限要素法 有限差分法
	非定常	$-\text{div}(\frac{1}{\mu} \cdot \text{grad } \mathbf{A}) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } \mathbf{A} = \mathbf{J}$	有限要素法	
3次元	電界	$-\text{div}(\epsilon_0 \cdot \text{grad } \phi) = \rho$	有限要素法	
	磁界	静磁界	$-\text{div}(\mu \cdot \text{grad } \phi) = 0$	有限要素法
		直流定常	$\text{rot}(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}$	有限要素法 境界積分法
	交流定常	$\text{rot}(\frac{1}{\mu} \text{rot } \dot{\mathbf{A}}) + j\omega\sigma(\dot{\mathbf{A}} + \text{grad } \phi) = \dot{\mathbf{J}}$	有限要素法	

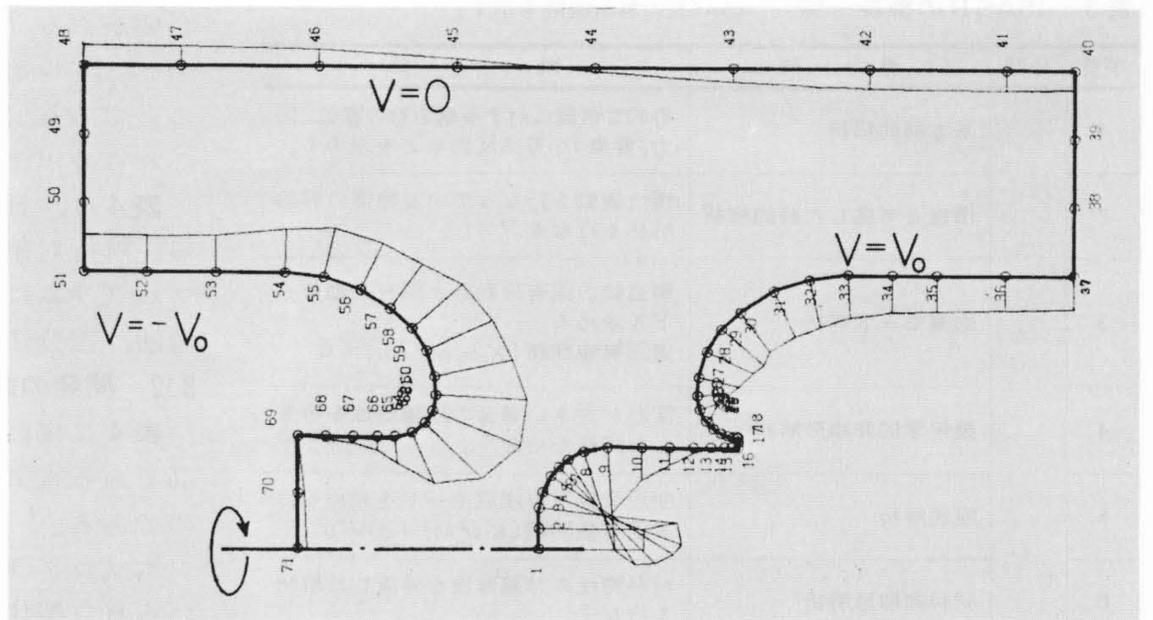
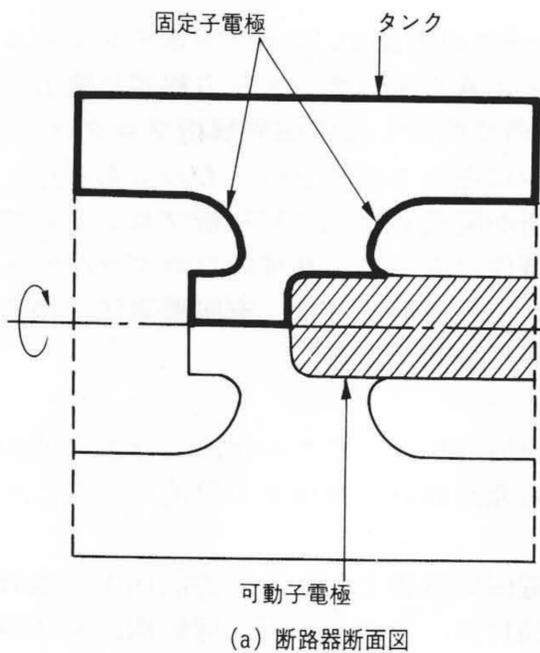


図2 境界要素法の使用例 断路器の固定子電極に生じる電界の強度分布を、境界要素法で求める。境界線上でだけ要素分割を行ない節点を作り出す。(a)に境界要素法を適用する固定子電極の形を、(b)に電界強度分布を形状に沿ってグラフ化した図を示す。

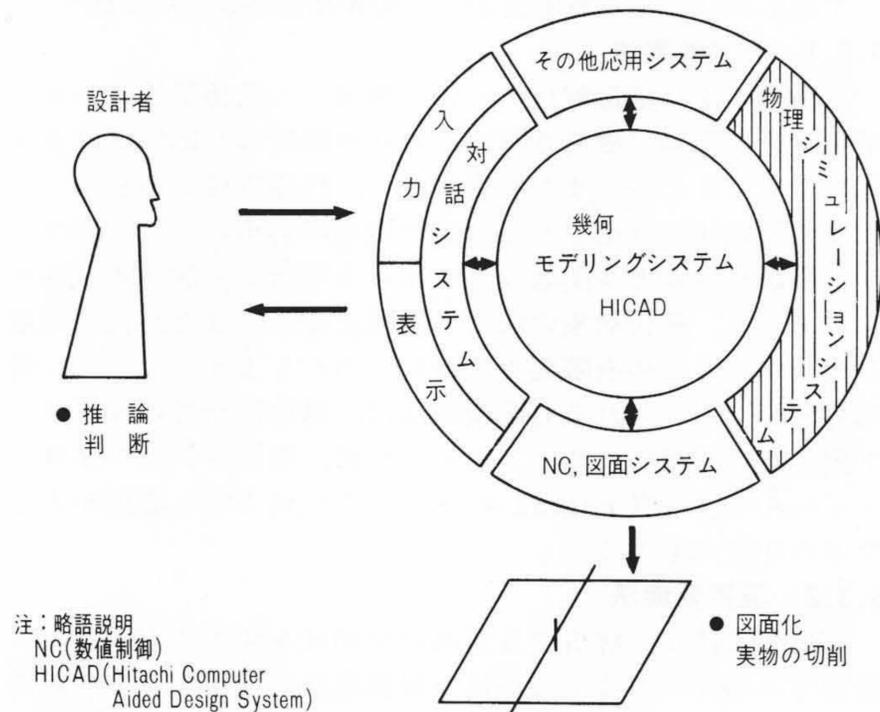


図3 CADシステムでの物理シミュレーションの位置付け 幾何モデリングシステムを中心としたCADシステム概念図を示す。

図2は、断路器の電界解析に境界要素法を用いた例を示したものである。このような複雑な形状でも、境界だけの要素分割で解析でき、データ作成に要する労力は有限要素法に比べると著しく低減できる。また、形状の最適化を自動的に進めるといった機能を付け加えることも可能である。

4 結 言

最近の物理シミュレーションシステムの開発技術動向について紹介した。一方、図形処理技術の発達は、物理シミュレーションの対象である設計対象物の幾何モデルを計算機の内部に構築することを可能にした。幾何モデルは従来の図面に替わる役割をすることができ、今後の発展が見込まれる。物理シミュレーションはこのように構築された幾何モデルについて物理的特性や性能の評価が必要な場合、入力データを幾何モデルから直接抽出して行ない、人手の介入をできるだけ小さくすることが必要である(図3)。

今後、物理シミュレーションシステムをGRADASの幾何モデルHICAD(Hitachi Computer Aided Design System)と結合させていくことが課題と考えている。

参考文献

1) 浅井, 外: 半導体デバイスにおけるシミュレーション技術, 日立評論, 64, 9, 663~668 (昭57-9)

2) S. Harano: Improvements in Sparse Matrix Operations of NASTRAN, NASA CP-2151, 14~48 (1980)

3) H. Okuda et al.: Finite-element Solution of Magnetic Field and Eddy Current Problems in the End Zone of Turbine Generators, IEEE Paper A76 141-2 (1976)

4) T. Sato, et al.: Solution of Magnetic Field, Eddy Current and Circulating Current Problems, Taking Magnetic Saturation and Circulating Current Paths into Account, IEEE Paper A77 168-8 (1977)

5) T. Sato, et al.: Application of Current Vector Potentials to Eddy Current Loss Calculation Problems, IEEE Paper A77 029-2 (1977)

6) 佐藤, 外: 等価電流による3次元静磁界の計算とその応用, 電気学会論文誌 55-B21 (昭和55-3)

7) M. Ito, et al.: Analytical Model for Magnetic Field Analysis of Induction Motor Performance, IEEE Paper 81 SM 365-6 (1981)

8) M. Odamura, et al.: Up-wind Finite Element Solution of Saturated Travelling Magnetic Field Problems, Proc. 4th Int. Sym. on Finite Element Methods in Flow Problems (1981)

9) 村川, 外: 境界要素法による電界解析(最適形状設計への応用), 昭和57年電気四学会連合大会予稿 (昭和58-11)