

スーパーコンピュータ“HITAC S-810”による 行列計算

Numerical Computation of Matrices with Supercomputer “HITAC S-810”

超高速計算を必要とする科学技術計算分野の問題の多くは、偏微分方程式の数値解を求める問題である。これは連立一次方程式や固有値問題の計算に帰着する。そこで、スーパーコンピュータHITAC S-810アレイプロセッサシステムとこれらの適合性について検討した。

その結果、汎用計算機向きプログラムでそのままスーパーコンピュータHITAC S-810アレイプロセッサシステムと適合するものと、適合させるために改良を必要とするものがあることが分かった。一般に適合が困難と考えられていた反復解法も、一次巡回演算や間接指標ベクトル演算を使用して適合するよう工夫できる。500次元の密行列連立一次方程式の計算で約40倍、 $30 \times 30 \times 30$ 分割した3次元問題がICCG法で約20倍、HITAC M-280Hと比較して高速化できる。拡張記憶装置を使用すると、 $100 \times 100 \times 100$ 分割した問題もICCG法で計算できる。

後 保 範* *Yasunori Ushiro*
西方政春* *Masaharu Nishikata*
長堀文子* *Fumiko Nagahori*

1 緒 言

科学技術計算は物理現象をいかに正確に数値シミュレーションするか、すなわち予測精度を実用に耐えるまでいかに向上させるかが課題である。解析対象は2次元モデルから3次元モデルへ、静的線形解析から動的非線形解析へ、一部分から全体へと大形化・複雑化している。スーパーコンピュータHITAC S-810アレイプロセッサシステム(以下、S-810と略す。)は、このとき発生する大量の演算を高速処理することを目的としている。

高速演算を必要とする数値シミュレーションの多くは、偏微分方程式の数値解を得ることである。偏微分方程式は、差分法、有限要素法あるいは境界要素法などで離散化し行列の形へ変換する。その結果、数値シミュレーションは、連立一次方程式の計算又は固有値問題の計算に帰着する。この計算は大量データの記憶と高速演算を必要とする。

ここでは、上記の連立一次方程式の計算及び固有値問題の計算とS-810の適合性について述べる。S-810は多重パイプライン方式のベクトル演算¹⁾で高速化を実現している。このため、一部の問題では汎用計算機と異なる視点からのプログラミングが必要であり、その概要についても述べる。

S-810はHITAC M-200H及びM-280HのIAP(Integrated Array Processor:内蔵アレイプロセッサ)とベクトル演算で高速化している類似点をもつ。しかし、S-810ではベクトル処理の範囲の拡大と高速化を格段に強化した点、及び行列計算で問題となる大量データを容易に扱えるよう拡張記憶装置を備えた点が大きく異なる。

2 偏微分方程式から発生する行列の形と数値解法

偏微分方程式を離散化して得る行列を、非ゼロ要素の形で分類したものを表1に示す。境界要素法で離散化すると密行列となる。有限要素法及び差分法で離散化すると、通常はスパース行列となる。しかし、その行列を係数とする連立一次方程式の解法を考慮すると、有限要素法で離散化したものの

表1 偏微分方程式から発生する行列の形 偏微分方程式を離散化して得られる行列は、離散化の手法と関連して四つに分類できることが分かる。

項 番	行 列 の 形	代表的離散化手法	大分類した解法
1	密 行 列 	境 界 要 素 法	直 接 解 法
2	帯 行 列 	有 限 要 素 法	直 接 解 法
3	規則的スパース行列 	差 分 法	反 復 解 法
4	不規則的スパース行列 	有 限 要 素 法	反 復 解 法

* 日立製作所ソフトウェア工場

表2 行列の形と解法の関係 連立一次方程式の数値解法は、密及び帯行列とスパース行列の二つに、固有値の解法は密行列、帯行列とスパース行列の三つに分類されることが分かる。

項番	行列の形	代表的数値解法	
		連立一次方程式	固有値
1	密行列	ガウス消去法 コレスキー法	ハウスホルダー法・ バイセクション法 ダブルQR法
2	帯行列	ガウス消去法 コレスキー法	スツルム・逆反復法 サブスペース法
3	規則的 スパース行列	SOR法 ADI法 ICCG法 陽的解法	ランチョス法 サブスペース法
4	不規則的 スパース行列	SOR法 ICCG法 陽的解法	ランチョス法 サブスペース法

注：略語説明

SOR法(逐次加速緩和法)

ADI法(交互方向法)

ICCG法(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method)

多くは帯行列として扱う。行列の帯幅は一定の場合も、変化する場合もある。規則的なスパース行列は、解析対象領域を長方形又は長方体に写像し、差分で離散化した場合に得られる。複雑な解析対象領域を有限要素法で離散化すると、不規則的なスパース行列となる。

行列の形と代表的な連立一次方程式の解法及び固有値問題の解法との関係を表2に示す。連立一次方程式の解法を大きく分類すると、直接解法と反復解法に分かれる。密行列及び帯行列は直接解法で計算する。ガウス消去法及びコレスキー法がその代表的解法である。スパース行列は多くの場合、反復解法で計算する。反復解法の代表例としてSOR法(逐次加速緩和法)、ADI法(交互方向法)がある。最近注目されてきた解法としてICCG法^{※1)}がある。また、非定常の偏微分方程式の場合は一つ前の時刻の値だけから、次の時刻の値を計算する陽的解法を使用することもある。

固有値問題の代表的解法は表2に示すとおりであり、ここでは説明は省略する。

応用面で見ると、構造解析では帯行列が多く使用され、気象の分野での数値予報では規則的スパース行列が多く使用されているという傾向³⁾がある。しかし、従来帯行列として扱っていた問題を、規則的スパース行列や不規則的スパース行列に変更した例などもあり、応用分野によって行列の形及び解法が定まっていはいない。

3 数値解法とS-810の適合性

表2の代表的数値解法とS-810の適合性について以下に述

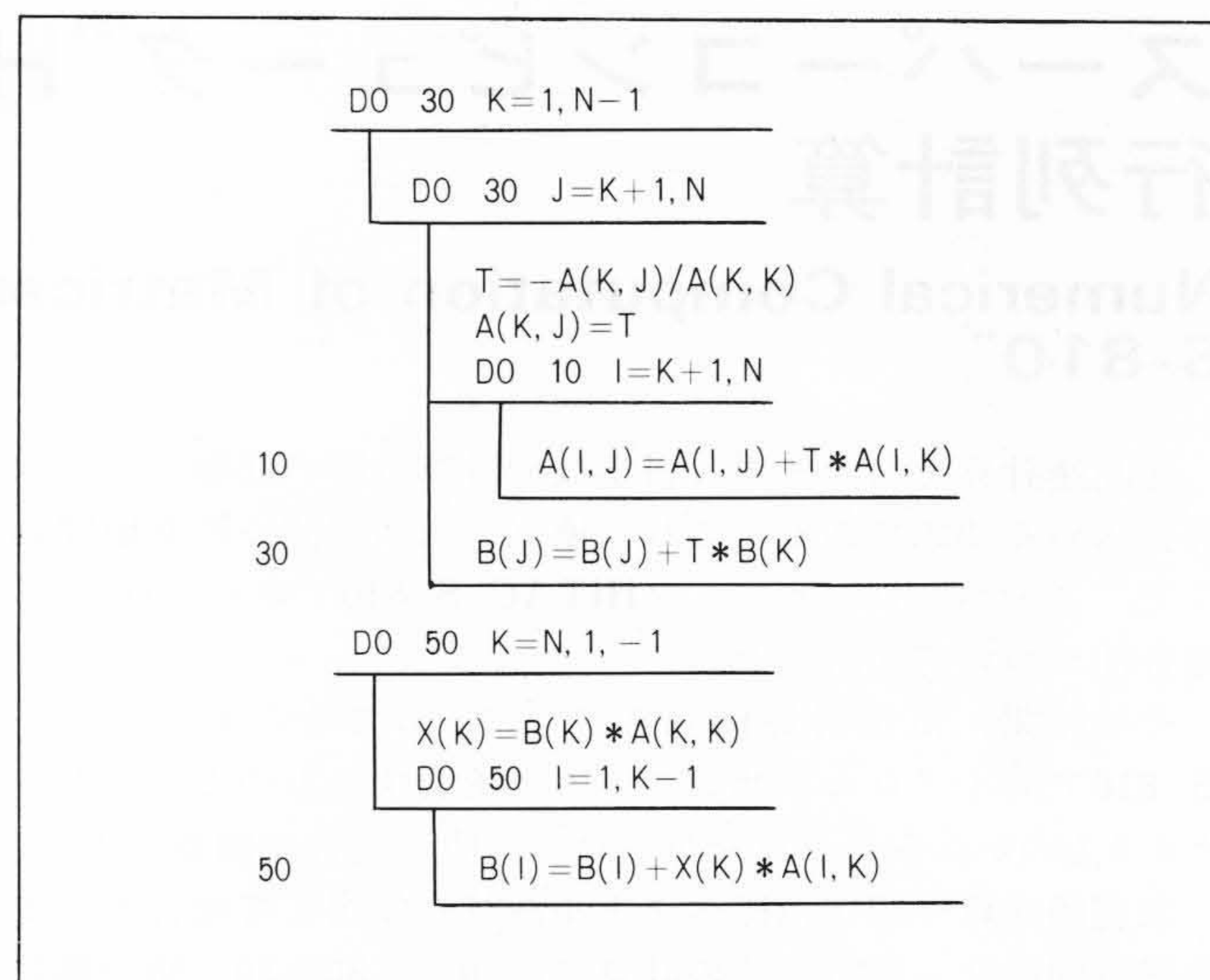


図1 ガウス消去法プログラムの主要部 ガウス消去法の最内側の計算は、 $A_i = A_i + T \times C_i$ の形の積和計算となることが分かる。

べる。ただし、紙面の都合上ADI法⁴⁾など一部の解法は省略した。

3.1 連立一次方程式

3.1.1 密行列及び帯行列

密行列又は帯行列を係数とする連立一次方程式は、ガウスの消去法やコレスキー法で計算する。N元連立一次方程式をガウスの消去法で解く場合の主要計算部を図1に示す。同図は密行列の例であるが、帯行列の場合もループ変数I及びJの動く範囲が異なるだけで、主要計算は次の積和計算となる。

$$A_i = A_i + T \times C_i \dots\dots\dots(1)$$

S-810はこの積和計算を最も得意とする。行列が正値でない場合は、絶対値最大の要素を探索し軸交換が必要である。S-810は軸交換はもちろん、絶対値最大要素の探索もベクトル処理で高速化する。

一方、コレスキー法の主要計算は次の内積計算となる。

$$S = S + A_i \times C_i \dots\dots\dots(2)$$

S-810はこの内積計算も得意である。

このように帯行列及び密行列を係数とする連立一次方程式の計算は、S-810とよく適合する。ただし、S-810は複数の加算器と乗算器を所有しており、全演算器を活用するには工夫を要する。MATRIX/HAP^{※2)}で工夫したものを提供する。500次元の密行列でHITAC M-280Hの約40倍高速化できる。帯行列及び密行列は、スパース行列に比較してデータ記憶量が圧倒的に大きく、主記憶装置に格納できないことが多い。このため、補助記憶装置が従来どおりディスク装置であると経過時間はほとんど短縮しないという問題が発生する。このため、S-810は転送速度がディスクより2桁以上速い拡張記憶装置を用意している。

3.1.2 規則的スパース行列

代表的連立一次方程式の解法であるSOR法、ICCG法及び陽的解法について、S-810との適合性を述べる。

※1) ICCG法(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method)：スパースの状態を保ったままで、不完全に三角分解した行列を使用してCG法(共役傾斜法)の収束を速くした解法である。行列が非対称の場合は、CG法の代わりにBCG法(Bi Conjugate Gradient Method)やCR法(Conjugate Residual Method)を用いる。

※2) MATRIX/HAP(High speed Array Processor)：連立一次方程式、固有値問題などの行列計算を扱うS-810用サブルーチンライブラリ

(1) SOR法

2次元長方形領域を差分により離散化して得た連立一次方程式を、SOR法で計算する場合のプログラム例を図2(a)、(b)に示す。同図(b)は、同図(a)のプログラムに次の変数変換をして得たものである。

$$\text{BETA} = (1 - \text{ALFA}), \text{FF}(\text{I}, \text{J}) = \text{ALF} * \text{F}(\text{I}, \text{J})$$

$$\text{AA}(\text{I}, \text{J}) = -\text{ALF} * \text{A}(\text{I}, \text{J}) / \text{C}(\text{I}, \text{J}) \dots\dots\dots (3)$$

S-810は図2(a)の形のプログラムのままではベクトル処理できないが、同図(b)の形のプログラムへ変形すれば、全体をベクトル処理する。S-810は同図(b)の形のプログラムをベクトル処理するため、一次巡回演算($\text{X}_i = \text{A}_i + \text{B}_i \times \text{X}_{i-1}$ の形の演算)のベクトル命令をもっていることが特徴である。このベクトル命令の適用により、他の代表的解法であるADI法などもベクトル処理することができる。ただし、一次巡回演算は他のベクトル演算と比較して速度が遅いため、S-810の高速性を十分に発揮するためにはICCG法と同じ工夫が必要である。

(2) ICCG法

ICCG法の計算手順を図3に示す。この計算の主要部分は内積計算、積和計算、行列とベクトルの積の計算及び不完全分解行列を使用した $[\text{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ の計算である。このうち内積計算、積和計算及び行列とベクトルの積の計算は、S-810とよく適合する。図4に2次元長方形領域を差分で離散化した行列を、不完全 LDL^T 分解したときの行列Lと DL^T の非ゼロ要素の位置及び $\mathbf{z} = [\text{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ を計算するプログラム例を示した。S-810は一次巡回演算のベクトル命令をもっているため、このプログラムもベクトル処理することができる。ただし、S-810の高速性を十分に発揮するためには、後で示す工夫が必要である。

(3) 陽的解法

陽的解法は計算式の右辺と左辺のデータの独立性を保証しているため、S-810によく適合する。S-810の最高性能はある差分モデルに対し、この陽的解法を適用することによって実現される。

3.1.3 不規則的スパース行列

S-810は間接指標ベクトル^{※3)}演算機能をもつため、不規則的スパース行列を係数とする連立一次方程式の計算もベクトル処理することができる。ただし、この場合は計算式の右辺と左辺のデータの独立性を保証する工夫が必要である。

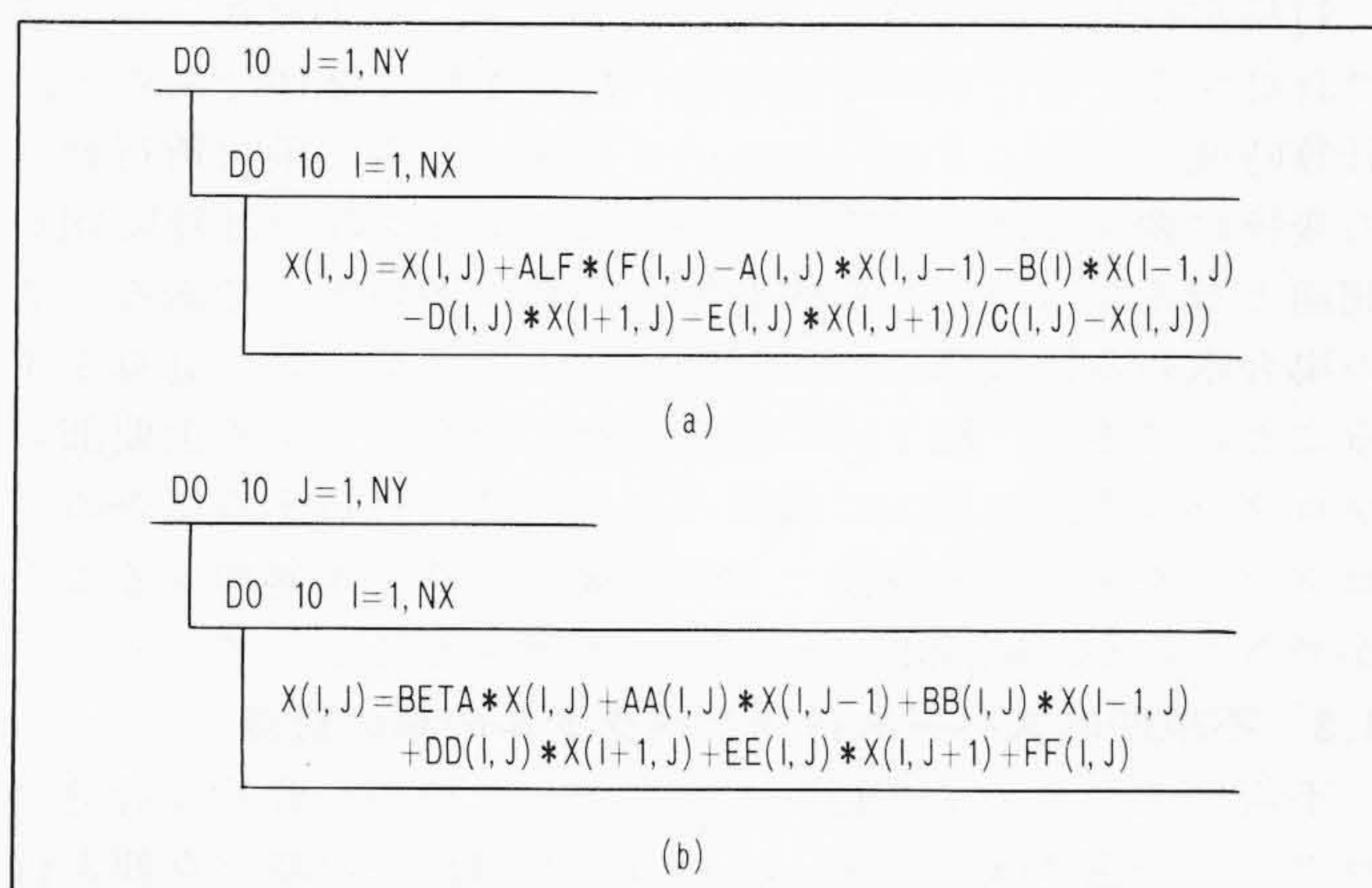


図2 SOR法プログラムの主要部(a)とその改良版(b) 共に $\text{X}(\text{I}, \text{J})$ の計算に一つ前に計算した値 $\text{X}(\text{I}-1, \text{J})$ を使用していることが分かる。改良版(b)は、一次巡回演算を含んでいることが分かる。

初期ベクトル $\mathbf{x}^0$ を適当に選ぶ。
行列Aを不完全 LDL^T 分解する。
 $\mathbf{r}^0 = \mathbf{f} - \text{A}\mathbf{x}^0$
 $\mathbf{p}^0 = [\text{LDL}^T]^{-1} \mathbf{r}^0$
 $\nu = 0, 1, 2, \dots$ と収束まで反復する。

$$\begin{aligned} \alpha &= (\mathbf{r}^\nu, [\text{LDL}^T]^{-1} \mathbf{r}^\nu) / (\mathbf{p}^\nu, \mathbf{A}\mathbf{p}^\nu) \\ \mathbf{x}^{\nu+1} &= \mathbf{x}^\nu + \alpha \mathbf{p}^\nu \\ \mathbf{r}^{\nu+1} &= \mathbf{r}^\nu - \alpha \mathbf{A}\mathbf{p}^\nu \\ \beta &= (\mathbf{r}^{\nu+1}, [\text{LDL}^T]^{-1} \mathbf{r}^{\nu+1}) / (\mathbf{r}^\nu, [\text{LDL}^T]^{-1} \mathbf{r}^\nu) \\ \mathbf{p}^{\nu+1} &= \mathbf{r}^{\nu+1} + \beta \mathbf{p}^\nu \end{aligned}$$

注：略語説明 $(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ = ベクトル $\mathbf{p}$ とベクトル $\mathbf{r}$ の内積

図3 ICCG法の計算手順 計算の主要部は内積計算、積和計算、行列とベクトルの積の計算及び不完全分解行列を使用した $[\text{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ の計算であることが分かる。

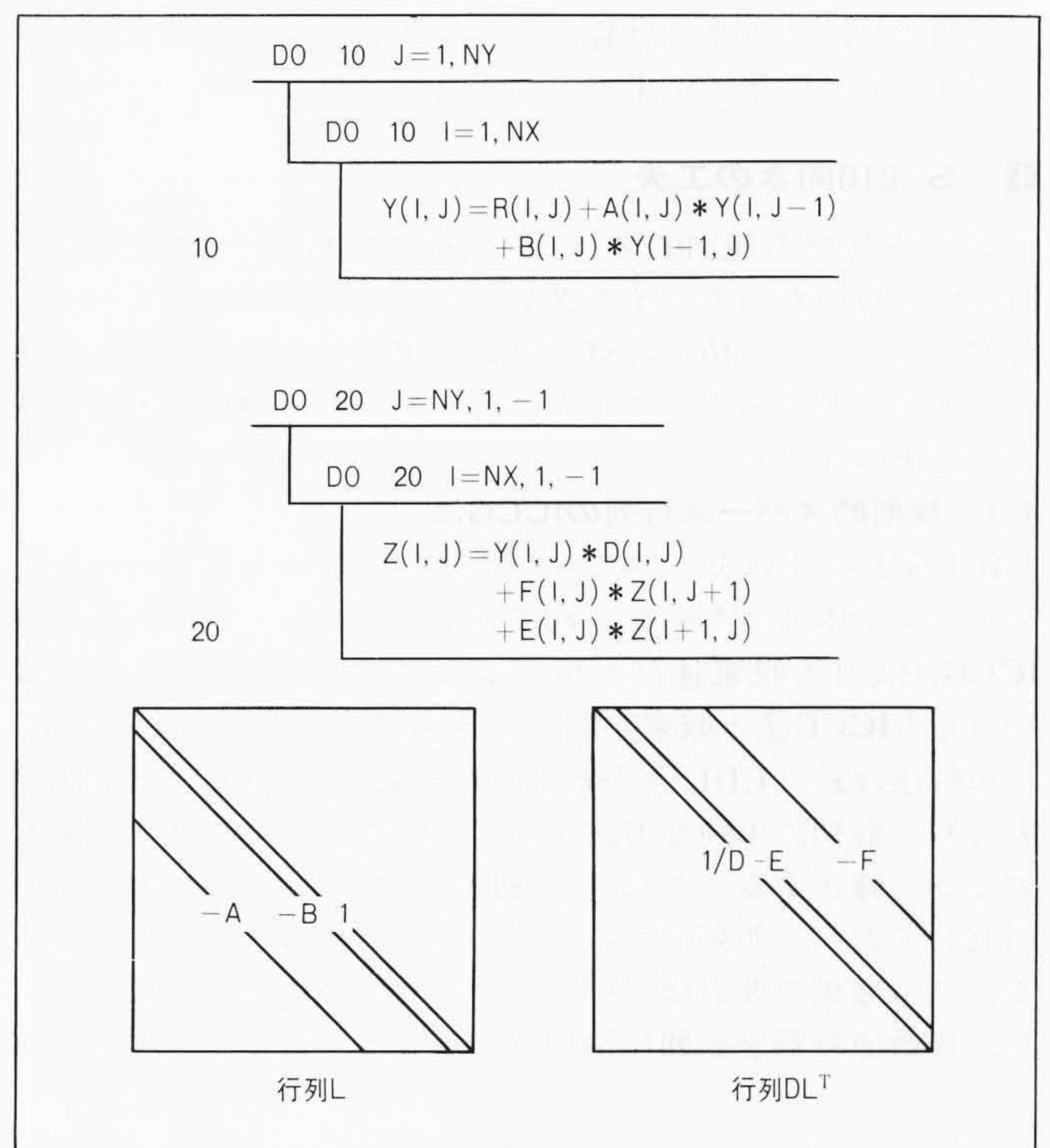


図4 ICCG法での不完全分解行列と $\mathbf{z} = [\text{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ の計算 分解後の行列Lの非ゼロ要素の位置は、元の行列の下三角部分の非ゼロ要素の位置と同じである。最内側のDOループ内の計算はともに、一次巡回演算を含んだ計算であることが分かる。

3.2 固有値計算

3.2.1 密行列

対称密行列を係数とする固有値計算の代表的解法として、ハウスホルダー法、バイセクション法がある。非対称密行列を係数とするものとして、ハウスホルダー法、ダブルQR法がある。ハウスホルダー法及びダブルQR法の主要計算部は、積和計算及び内積計算であり、S-810とよく適合する。一方、バイセクション法はそのままではベクトル処理できないため、後で示す工夫が必要である。

※3) 間接指標ベクトル：リストベクトル。I をループ変数とすると、 $\text{A}(\text{L}(\text{I}))$ で示されるもの。

3.2.2 帯行列

帯行列を係数とする固有値計算の代表的解法として、スツルム・逆反復法及びサブスペース反復法がある。どちらの方法も主要計算部は積和計算及び内積計算であり、S-810とよく適合する。ただし、この場合もスパース行列に比較してデータ記憶量が圧倒的に多く、主記憶装置上には格納できない場合が多い。このときS-810の拡張記憶装置が有効に働く。

3.2.3 スパース行列

規則的スパース行列及び不規則的スパース行列を係数とする固有値計算の代表的解法として、ランチョス法及びサブスペース反復法がある。サブスペース反復法の場合には、連立一次方程式の計算に帰着する。ランチョス法では、行列とベクトルの積及び内積計算と積和計算になる。内積計算と積和計算はS-810とよく適合するため、行列とベクトルの積の計算の適合性が問題となる。規則的スパース行列ではこの計算は多項演算となり、S-810とよく適合する。不規則的スパース行列では、そのまま計算するとベクトル長が短くなるという問題があり、後で示すような工夫が必要となる。

4 S-810向きの工夫

規則的及び不規則的スパース行列を係数とするICCG法、固有値計算のためのバイセクション法及び不規則的スパース行列とベクトルの積の計算ではS-810を有効に使用するための工夫が必要である。これらに対して、S-810向き工夫の概要を以下に述べる。

4.1 規則的スパース行列のICCG法

ICCG法の計算を、ベクトル計算機向きにするためのアルゴリズムの検討^{5),6)}がなされている。しかし、いずれも元のICCG法よりも収束速度が低下するという傾向がある。ここでは元のICCG法と収束が同一なS-810向き計算方法を示す。この解法は $\mathbf{z} = [\mathbf{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ の計算を高速処理することが問題となる。最初に単純な方法を示す。図4のプログラムを図5のように修正する。これはS-810が複数のベクトル演算器を所有しており、並列にその演算器を使用するための方法である。この修正の要点は二重ループの外側のループ回数を減らし、複数演算器を並列に活用させることにある。一次巡回演

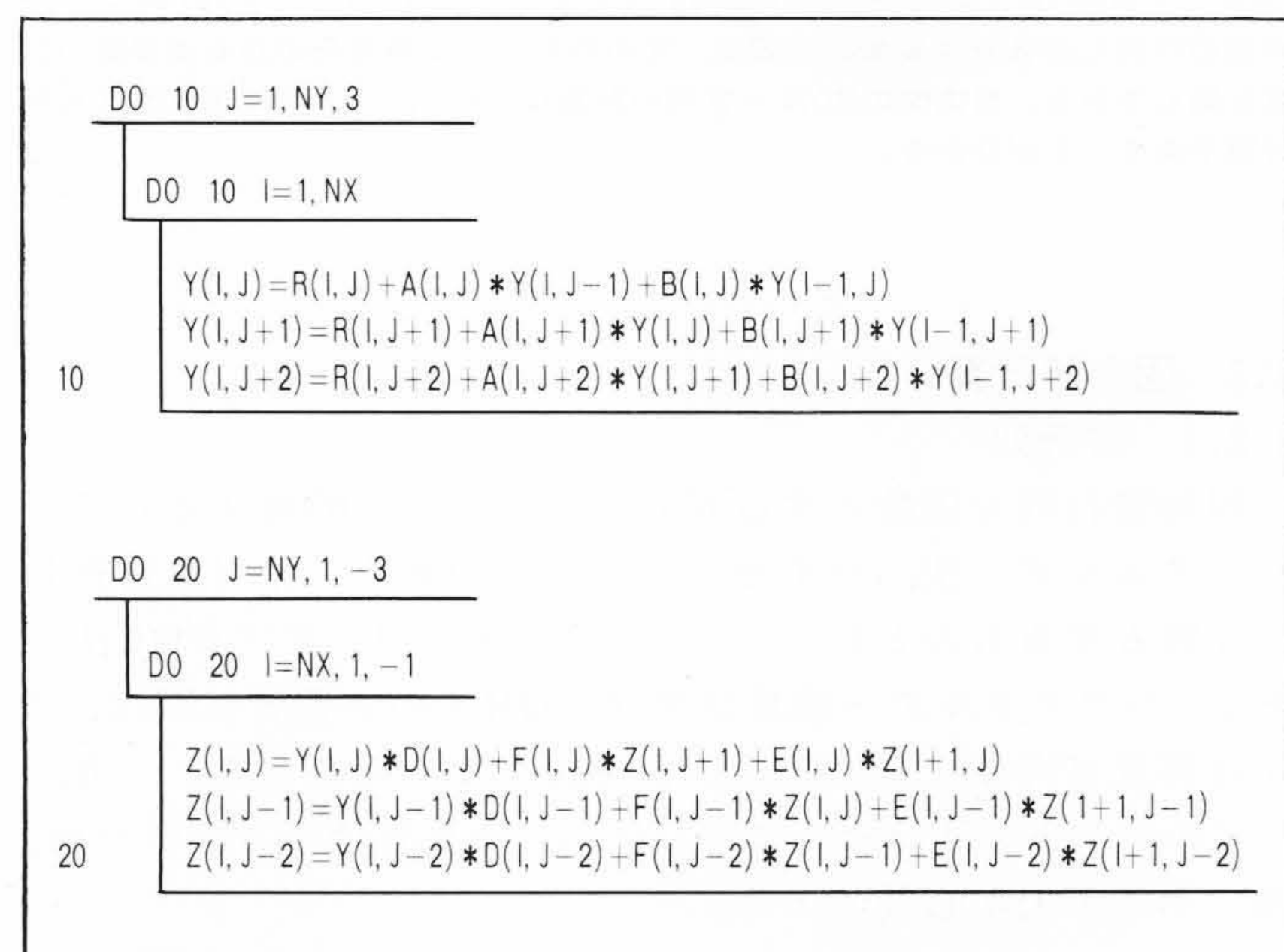


図5 ICCG法での $\mathbf{z} = [\mathbf{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ のS-810向き改良(1) DO 10のループの1行目の結果 $Y(I, J)$ を2行目で使用し、2行目の結果 $Y(I, J+1)$ を3行目で使用しており、一次巡回演算が連鎖されることと分かる。DO 20のループも同様である。

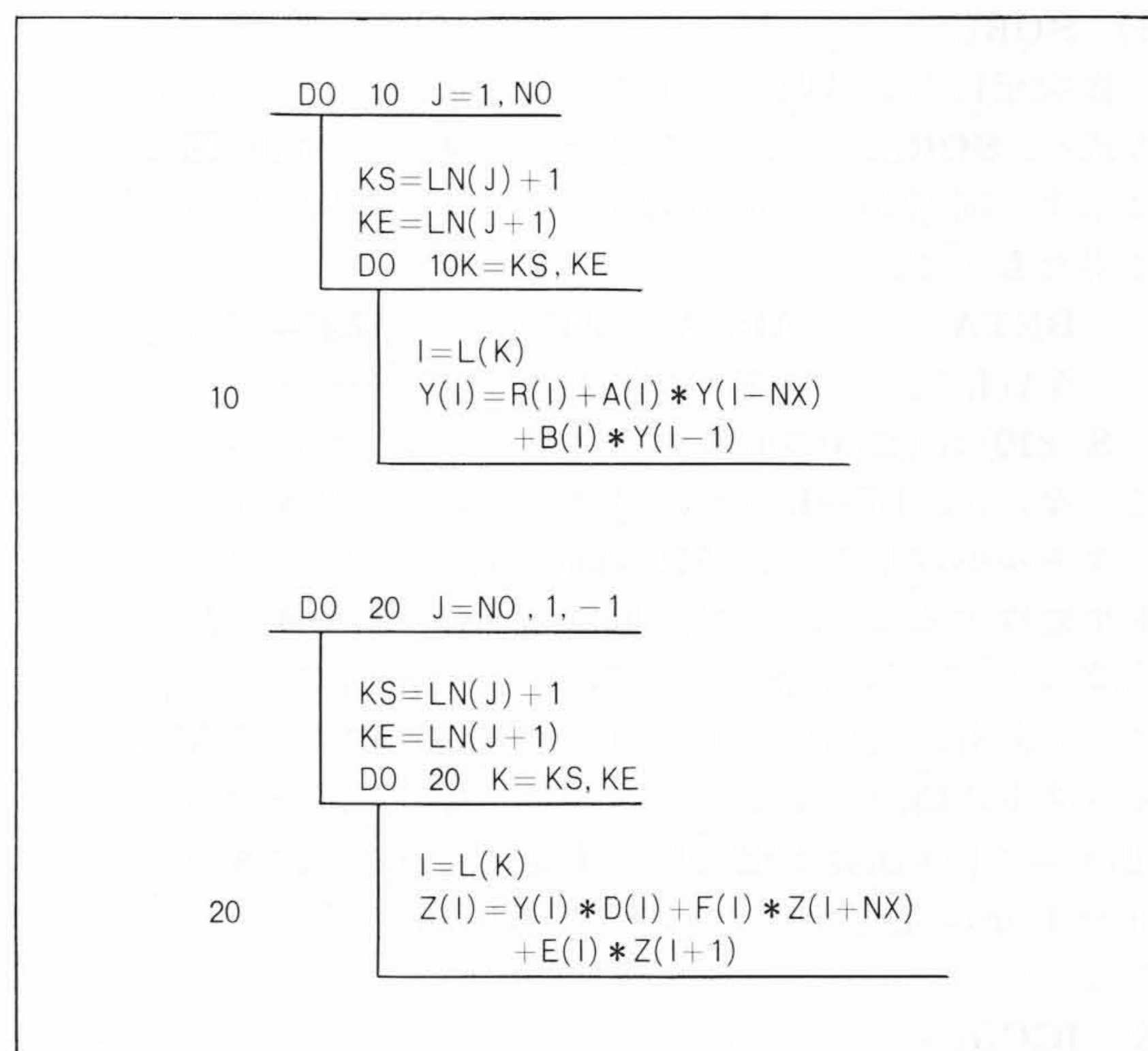


図6 ICCG法での $\mathbf{z} = [\mathbf{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ のS-810向き改良(2) 内側のDO 10のループの計算では、右辺の $Y(I-1)$ 及び $Y(I-NX)$ の値が既に一つ前のループの計算で完了しているように、リスト $L(K)$ を作成しておくことがキーポイントである。DO 20も同じリスト $L(K)$ を使用する。

算はベクトル処理の中では遅いため、このような処置が必要である。この方法はSOR法などの反復法にも応用できる。

次に一次巡回演算を除く方法を示す。解析領域の節点に対する計算順序を工夫する、例えば2次元長方形領域では領域に対し斜め方向に計算すると、 $\mathbf{z} = [\mathbf{LDL}^T]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ の計算の右辺と左辺はある区間データの依存関係がなくなる。この工夫した計算順序をリストとして配列 L に記憶させると、 $\mathbf{z} = [\mathbf{LDL}]^{-1} \cdot \mathbf{r}$ は図6のプログラムで計算できる。このプログラムは、VOS3(Virtual storage Operating System3)FORT77/HAPの強制ベクトル化オプションを使用してベクトル化することができる。この場合には一次巡回演算を含まないため、S-810で高速処理することができる。例えば、 $30 \times 30 \times 30$ 分割した3次元問題でHITAC M-280Hに比較して約20倍高速化できる。更にS-810の特徴である拡張記憶装置を使用すると、従来実現できなかった $100 \times 100 \times 100$ 分割した3次元の問題もICCG法で計算できる。

4.2 バイセクション法

対称密行列の固有値をハウスホルダ法、バイセクション法で計算するとき、求める固有値の数が1個や2個であると、計算時間のほとんどはハウスホルダ法による三重対角行列への変換に要する時間である。バイセクション法の計算時間が問題となるのは、求める固有値の個数が多いときである。この場合求める複数個の点で同時にバイセクションの計算をすることができる。図7(a)に通常のバイセクションの主要部のプログラムを、同図(b)にM個の点を同時に計算する場合のプログラムを示す。S-810でも同図(a)はベクトル処理することができないが、同図(b)はベクトル処理することができる。

4.3 不規則的スパース行列とベクトルの積の計算

不規則的なスパース行列とベクトルの積の一般的な計算プログラムを図8(a)に示す。 $L(I, K)$ は、I行中の非ゼロ要素行の番号を示すリストである。S-810はこのプログラムをベクトル処理するが、問題はベクトルの長さである。通常このときのベクトルの長さは、一つの節点が結合する節点の数又は

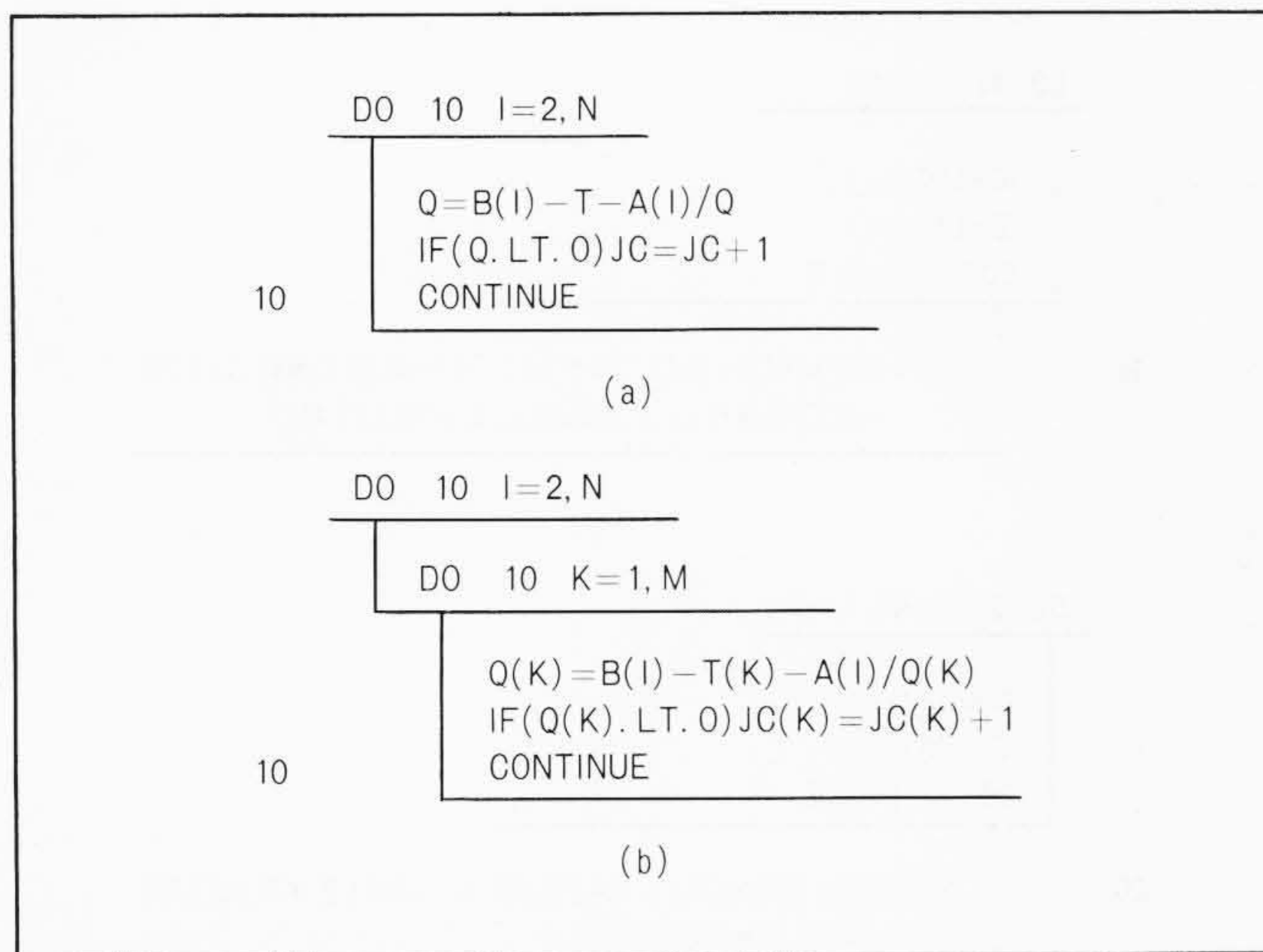


図7 バイセクション法のプログラム(a)とS-810向き改良版(b)
改良版プログラムは、M個の点T(K)で同時にバイセクションの計算を行なう。元のDO 10のループの内側に更に長さMのループができており、このループ内でベクトル処理される。

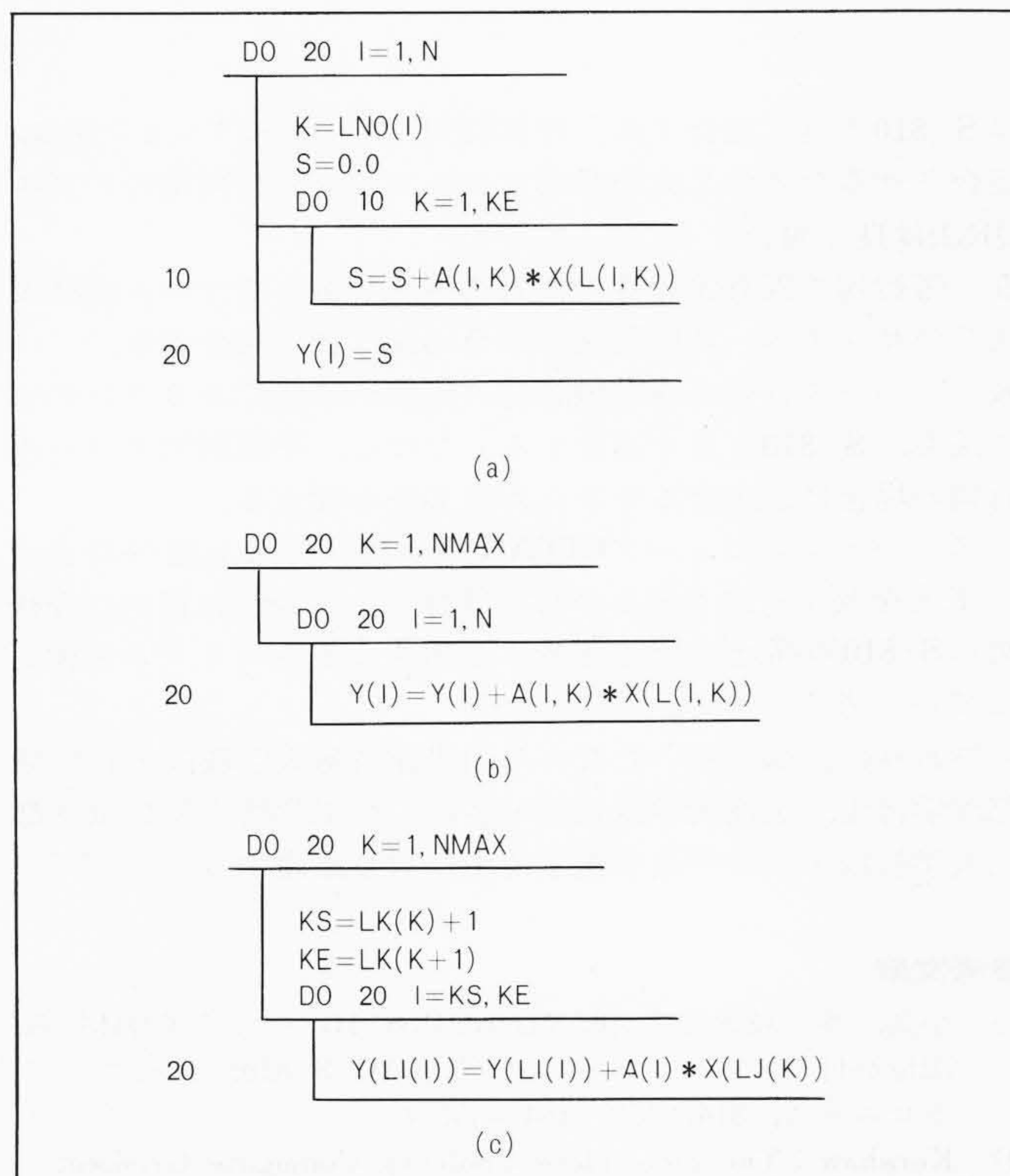


図8 不規則スパース行列とベクトルの積の計算(a)とS-810向き改良版(b), (c) 改良版(b)は、(a)と同じリストL(I, K)を使用し、内側と外側のループを入れ換えベクトル長を長くしている。改良版(c)は、更にベクトル長は長く保ったままゼロ要素との演算を除くようにリストを作成している。

その数倍であり、数個程度と短い。このときベクトル長を長くする方法として、同図(b)及び同図(c)のようなプログラムが作成できる。同図(b)は同図(a)と同じリストを使用して計算順序だけ変更したものである。この方法は一つの行の非ゼロ要素の最大個数をNMAX、平均個数をNAVRとすると、NAVR/NMAXが1に近い場合に有利な方法である、ベクトル長は行列の次元数Nと同じで長いので、S-810では高速化できる。

NAVR/NMAXの値が1よりも0に近い場合は、同図(c)に示す方法が有効である。この場合、リストは行番号のリストLIと列番号のリストLJの二つを作成しておく。更に内側のDOループの計算中でIが動くとき、LI(I)の値は同じものが現われないようにリストLIを作成しておく。同図(c)のプログラムはVOS3 FORT77/HAPの強制ベクトル化オプションでベクトル化し、S-810で高速処理することができる。

4.4 不規則的スパース行列のICCG法

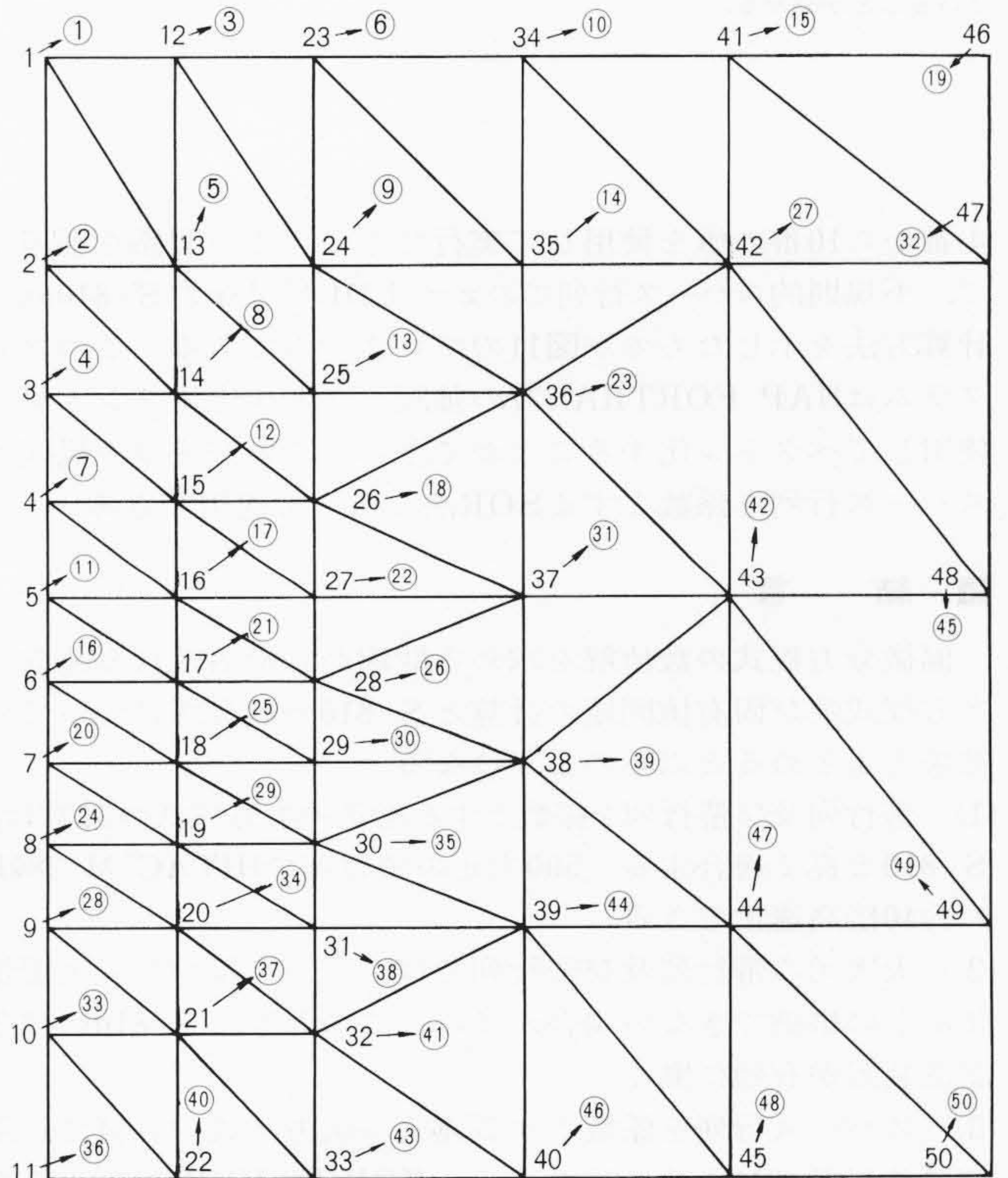
汎用計算機向きICCG法と収束が同一なS-810向き計算方法を示す。この計算は $q=A \cdot p$ 及び $z=[LDL]^{-1} \cdot r$ の計算を高速処理することが問題となる。 $q=A \cdot p$ のS-810による高速化手法に既に示した。ここでは $z=[LDL]^{-1} \cdot r$ の高速処理方法について示す。図9に不規則的スパース行列を発生させる有限要素分割と節点の番号付けを示した。オリジナル番号付けからS-810向き番号付けへの変換は、プログラムで次の条件のもとで実行する。

(a) 直接結合する節点の番号の大小関係はオリジナルの番号とS-810向きの番号で一致させる。

(b) 連続する番号の節点ができるだけ直接結合しないようにS-810向き番号を付ける。

(a)はICCG法の収束率を変化させないための条件であり、(b)はベクトル長をできるだけ長くするための条件である。

このようにして作成したスパース行列の非ゼロ要素の列番号テーブルの例を図10に示す。同図のブロック番号⑤を見ると、下三角要素テーブルLLは4から10の番号で構成されていることが分かる。すなわち、ブロック⑤の行番号に対応する11番から15番の未知数の計算は、既に計算が完了している



注：1, 2, 3, …オリジナル番号付け
①, ②, ③, …S-810向き番号付け

図9 有限要素分割と節点の番号付け オリジナル番号付けでは7, 8, 9, 10の節点が直接1本の線で結ばれている。一方、S-810向き番号付けでは⑦, ⑧, ⑨, ⑩の節点は中間に別の節点が入って結ばれていることが分かる。

行番号				ブロック番号			
				1	①	2	3
1				2	②	4	5
1				3		5	6
2				4	③	7	8
1	2	3		5		8	9
3				6		9	10
4				7	④	11	12
2	4	5		8		12	13
3	5	6		9		13	14
6				10		14	15
7				11	⑤	16	17
4	7	8		12		17	18
5	8	9		13		18	23
6	9	10		14		23	27
10				15		19	27
11				16	⑥	20	21
7	11	12		17		21	22
8	12	13		18		22	23
15				19		32	
16				20	⑦	24	25
11	16	17		21		25	26
12	17	18		22		26	31
9	13	14	18	23		27	31
20				24	⑧	28	29
16	20	21		25		29	30
17	21	22		26		30	31
10	14	15	23	27		32	42
24				28	⑨	33	34
20	24	25		29		34	35
						35	38

下三角非ゼロ要素テーブル (LL)

上三角非ゼロ要素テーブル (LU)

図10 不規則的スパース行列での非ゼロ要素の列番号テーブル
図9のS-810向き番号付けで作成したものである。ブロック⑤のLLテーブルは10以下の番号で構成されており、一方、LUテーブルは16以上の番号で構成されていることが分かる。

4番から10番の値を使用して実行できる。この関係を利用して、不規則的スパース行列での $z = [LDL^T]^{-1} \cdot r$ のS-810向き計算方法を示したものが図11のプログラムである。このプログラムはHAP FORTRAN77の強制ベクトル化オプションを使用してベクトル化することができる。この方法は不規則的スパース行列を係数とするSOR法などへも適用できる。

5 結 言

偏微分方程式の数値解を求める問題から帰着される連立一次方程式及び固有値問題の計算とS-810の適合性についての結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 密行列及び帯行列を係数とする連立一次方程式の計算は、S-810と良く適合する。500次元の密行列でHITAC M-280Hの約40倍高速化できる。
- (2) 大次元の帯行列及び密行列では、データ量が多く主記憶装置上に格納できない場合が多い。このとき、S-810の拡張記憶装置が有効に働く。
- (3) スパース行列を係数とする連立一次方程式の計算で、陽的解法はS-810と良く適合する。SOR法やICCG法のような反復解法は、適合させるための工夫が必要である。30×30×30分割した3次元のICCG法でHITAC M-280Hと比較して約20倍高速化できる。拡張記憶装置を使用して100×100×100分割した問題もICCG法で計算できる。
- (4) 密行列の固有値問題で、バイセクション法の部分の計算

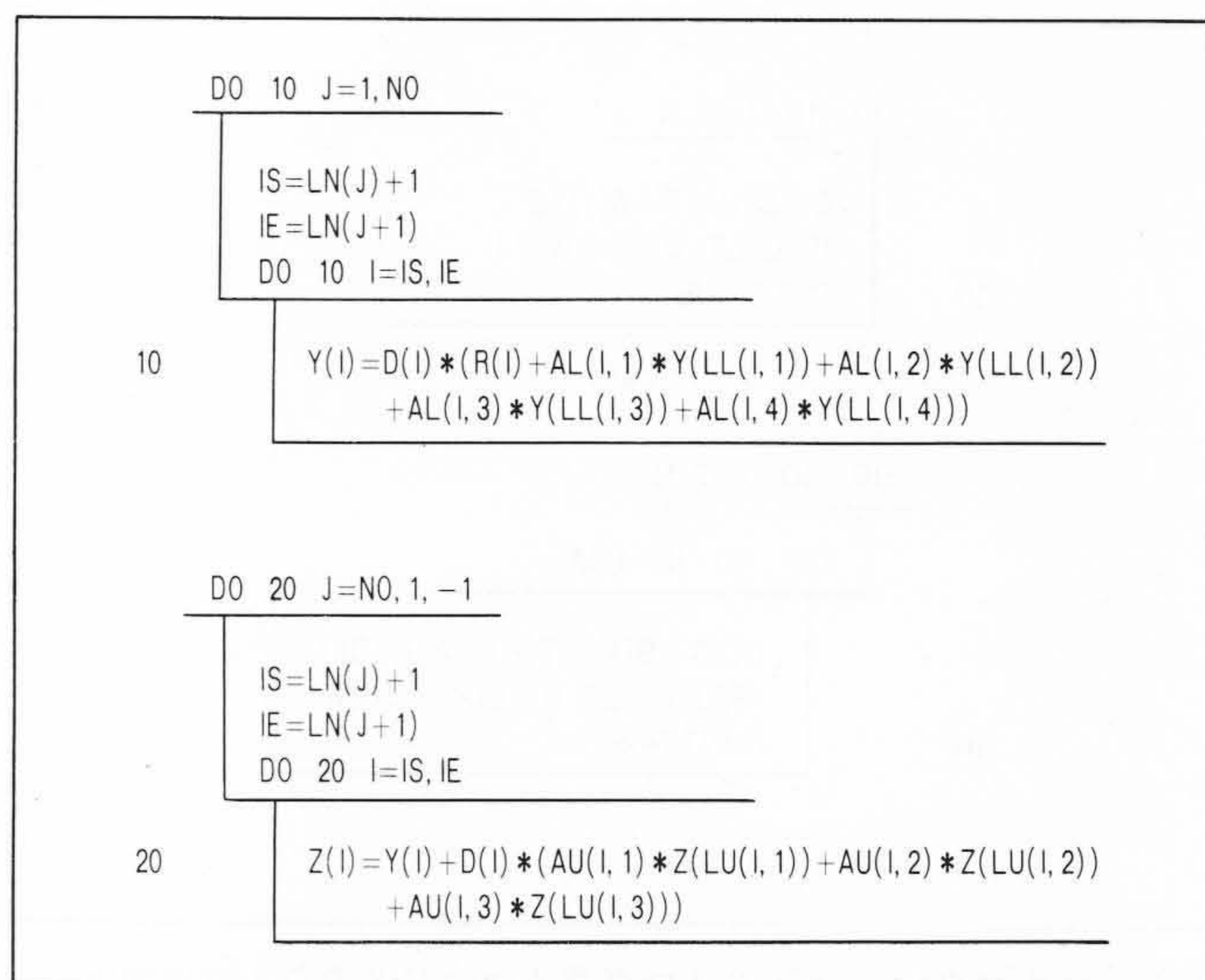


図11 不規則的スパース行列での $z = [LDL^T]^{-1} \cdot r$ のS-810向き計算
内側のDO 10のループの計算では、 $Y(LL(I,1))$, $Y(LL(I,2))$, $Y(LL(I,3))$ 及び $Y(LL(I,4))$ の値が既に一つ前のループの計算で完了しているようにリストLLを作成しておくことがキーポイントである。

はS-810と良く適合する。対称行列用のバイセクション法は、適合させるための工夫が必要である。非対称行列用のダブルQR法は良く適合する。

- (5) 帯行列の固有値計算の代表的解法であるスツルム逆反復法及びサブスペース反復法は、S-810と良く適合する。
- (6) スパース行列の固有値計算の代表的解法であるランチョス法も、S-810と良く適合する。ただし、不規則的スパース行列の場合は、適合させるための工夫を要する。

スーパーコンピュータHITAC S-810は、以上述べたように工夫を要する面もあるが行列計算との適合性は良い。今後更にS-810の高速処理を十分に活用するアルゴリズムを検討していく考えである。

終わりに、御指導いただいた図書館情報大学教授・村田健郎理化学博士、筑波大学助教授・名取 亮工学博士及び東京都立大学教授・小野寺嘉孝理化学博士に対し感謝する。

参考文献

- 1) 小高, 外: 最大性能が630MFLOPSで1Gバイトの半導体拡張記憶が付くスーパーコンピュータHITAC S-810, 日経エレクトロニクス, 314, 159~184(昭58-4)
- 2) Kershaw: The Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method for Iterative Solution of Systems of Linear Equations, J. Computational Physics, 26, 43~65(1978)
- 3) 特集・スーパーコンピュータの応用: 情報処理, 12, 22, 1102~1186(昭56-12)
原子力, 航空宇宙, 気象, 地下資源探査, 構造解析, 電力系統問題, 画像解析, 分子科学及びVLSI設計へのスーパーコンピュータの応用が述べてある。
- 4) 後: ベクトル計算機による大規模計算, 情報処理学会数値解析研究会資料, 2, 1-10(昭57-9)
- 5) 後: ベクトル計算機向き不完全三角分解, 京都大学数理解析研究所講究録, 453, 102~126(昭57-2)
- 6) Johnson, Paul: Vector Algorithms for Elliptic Partial Differential Equations based on the JACOBI Method, Elliptic Problem Solvers, Academic Press 345~351 (1981)