パーソナルユース構造強度設計プログラム "HIPET"の開発

Development of Stress and Strength Evaluation Program "HIPET" Using Personal Computer

最近のパーソナルコンピュータの急速な進歩により,ビジネス用から小規模構造 解析や強度評価など技術計算への利用が進んでいる。

そこで,簡単な構造強度設計法の普及を目的に,設計者及び研究者のパーソナル ユースに適したパーソナルコンピュータによる応力解析,強度評価プログラムを開 発した。

本システムは以下に示す機能、特徴をもっている。

(1) 梁及び軸対称殻の応力解析に伝達マトリックス法を採用して、種々の形状、荷重及び境界条件下の解析を可能とした。

(2) 隅角部など種々の形状不連続部に対する応力集中係数の検索機能をもち,設計 便覧としての利用が迅速に行なえる。

(3) き裂部材の強度評価を迅速に行なえる。すなわち、応力拡大係数の算定及び疲労き裂進展寿命評価を可能とした。

小嶋弘行*	Hiroyuki Kojima
笠井憲一*	Ken'ichi Kasai
清水 翼*	Tasuku Shimizu
鶴岡美由紀*	Miyuki Tsuruoka

1 緒 言

従来から構造部材の応力解析などについてはマトリックス 法が広く使用され、その解析手法は大形コンピュータの進歩 とともに今日まで発展してきた。また、強度評価手法の一つ として破壊力学の発達は目覚ましく,最近では欠陥を含む材 料の強度評価,疲労き裂進展寿命予測による点検期間の決定 など,原子力・航空機の分野をはじめとして電子部品の分野 にまで使用されるようになってきている。この破壊力学を使 った強度評価では、応力拡大係数の計算や疲労寿命の計算な ど計算機を使うことも要求されるが、詳細な応力拡大係数を 求める必要がなければ大形の計算機を必要としない。一方, 最近のパーソナルコンピュータの著しい発達に伴い、ゲーム や事務計算への利用から構造設計計算向き小形システムとし ての利用が指向されてきている。今後,構造強度設計での解 析,評価技術の進歩と普及を支えるものは、組織化されたプ ログラムの開発とそのパーソナルコンピュータ化にあると予 測される。

本論文は、このような背景を考慮して開発した強度設計ツ ールについて述べたものである。開発したパーソナルコンピ ュータによる構造強度設計支援システムは、HIPET(Hitachi Personal Computer Aided Engineering and Technology)と 称する。以下、このシステムの機能及び使用例について述べる。

2 システムの構成

16ビットパーソナルコンピュータ(B16, MB16000)を用い た本システム構成の概略を図1に示す。開発したシステムア プリケーションプログラムは大きく二つに分けられ,応力計 算に関するプログラムと,き裂部材の強度評価に関するプログ ラムから成る。それぞれのプログラム機能を同図中にも示し ているが,応力計算に関しては,構造物の設計に際して多く見 られる梁及び軸対称設構造を対象とした伝達マトリックス法 による応力計算プログラムと、種々形状の隅角部に対する応 力集中係数の計算プログラムの二つを備えている。また、き

> 梁形状:真直,変断面連続梁 断面形状:円,長方形など7種類 支持条件:単純,固定,ばね支持 荷重条件:集中,分布,モーメント荷重,自重,温度



注:略語説明

ROM(Read Only Memory)

図 | HIPETシステム構成及び強度解析ライブラリ システムハー ドウェア構成と本システムの開発したアプリケーションプログラムである強度 解析ライブラリを示す。

61

* 日立製作所機械研究所

920 日立評論 VOL. 66 No. 12(1984-12)

裂部材の強度評価については,応力拡大係数の検索と計算及 び疲労き裂進展寿命評価プログラムがある。

本プログラムはBASIC言語で書かれており,使用する機器 構成は,JIS第1水準の漢字をサポートしたMS-DOS(米国マ イクロソフト社の登録商標)のもとで動くコンピュータ本体 とキーボード,計算結果の出力のためのプリンタ及びX-Yプ ロッタである。計算に必要とする構造形状,寸法,材料定数 及び荷重,境界条件はすべて対話形式で入力し,入力された データはファイルに登録,保存することもできる。

3 梁及び軸対称殼の応力解析

構造解析法としては,有限要素法が主流であり,複雑な構造物を精密に解析するのに有力な武器である。一方,基本設計時には構造部材を簡単な梁や円筒としてモデル化を行ない,材料力学で与えられる簡易公式を用いることも多い。この場合,材料力学公式や解析解の利用は,有限要素法の数値解法に比べ問題の定性的把握の点で優れておりかつ手軽で便利であるが,適用できる問題が限られるという欠点をもっている。そこで上記利点をもち,かつ種々の断面形状,荷重及び境界条件を考慮でき,しかも小容量の計算機で簡便に計算可能とするため,曲げを受ける梁の微分方程式の一般解を基本にして,伝達マトリックス法¹⁾を適用した梁及び軸対称殼

3.1 基礎方程式

図2の記号を用い分布荷重 q_i と軸力 N_{xi} を受ける円筒殻要素iについて考えると、たわみwは次式に示す微分方程式を満足する²⁾。

$(E_i: 縦弾性係数, \nu_i: ポアソン比)$

要素iの長さ l_i を小さくとり、その区間で周方向応力 σ_{φ_i} がほ ぼ一定、すなわちたわみが一様($w_i = w_i(0)$)と近似すれば(1) 式の左辺第二項は、 $4\beta_i^4 w_i = 4\beta_i^4 w_i(0)$ と表わすことができ る。これを要素iに作用する分布荷重とみなせば、(1)式は以下 のように表示される。

$$\frac{d^4 w_i}{dx_i^4} = \frac{1}{D_i} \left(q_i + \frac{\nu_i}{a_i} N_{x_i} \right) - 4\beta_i^4 w_i (0) \dots (2)$$

(2) 式は梁の微分方程式と同型であり, 梁の曲げ問題に帰着で きる。x = 0 での境界値を用いて,区間*i*での解を求めると次式 となる。

の応力解析プログラムを開発した。以下にその解析法の概要を述べる。



図2 円筒殻要素 本文で説明する数式化で,対象とする要素の寸法,作 用荷重の記号を表わしている。



デル図と,作用荷重及び境界条件の記号を表わしている。

$6 \qquad 24D_i$

ここに、はxに関する微分を表わし、 $q_a^i = q_i + \frac{\nu_i}{a_i} N_{xi}$ で与え られる。以下円筒殻について議論を進める。梁の場合は各式で $\beta_i 及びN_{xi}$ の項を0とし、 D_i の代わりに梁の曲げ剛性 $E_i I_i$ (I_i : 断面二次モーメント)を用いることにより同様に成立する。 図2のような要素がx軸方向に複数個あるとすれば、これ らの各要素はその境界(格点)で、たわみ w_i 、たわみ角 w'_i 、モ ーメント $D_i w''$ 及びせん断力 $D_i w_i'''$ が連続でなければならな い。すなわち図3に示すように中立軸のずれをもち、格点iで 直線ばね定数 K_i 及び回転ばね定数 G_i なる弾性支点をもつ一 般の場合について考えると、各状態量の連続の条件は次式の ようになる。

 $\boldsymbol{W}_{i}(0) = \boldsymbol{B}_{i} \boldsymbol{W}_{i-1}(l) \cdots \cdots \cdots (4)$ $\boldsymbol{\Xi} \subset \boldsymbol{\mathcal{I}} \subset \boldsymbol{W}_{i}(0) = \begin{bmatrix} 1 \ w_{i}(0) \ w_{i}' \ (0) \ w_{i}'' \ (0) \ w_{i}''' \ (0) \end{bmatrix}^{T}$ $\boldsymbol{W}_{i-1}(l) \begin{bmatrix} 1 \ w_{i-1}(l) \ w_{i-1}'(l) \ w_{i-1}'(l) \ w_{i-1}''(l) \end{bmatrix}^{T}$ $\boldsymbol{B}_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M_{i}}{D_{i}} + \frac{2N_{xi}}{D_{i}} \ \frac{a_{i-1} - a_{i}}{a_{i-1} + a_{i}} & 0 \ \frac{G_{i}}{D_{i}} \ \frac{a_{i-1}}{a_{i}D_{i}} \ 0 \\ \frac{P_{i}}{D_{i}} & -\frac{K_{i}}{D_{i}} \ 0 & 0 \ \frac{a_{i-1}}{a_{i}D_{i}} \end{bmatrix} \cdots (5)$

 B_i は格点マトリックスと呼ばれ,要素i-1の右端の状態量 $W_{i-1}(l)$ を格点iを越えて要素iの左端に伝達するものである。 \overline{N}_{xi} は図3で N_{xi} の補正値を意味し,次式により求められる。

この値は殻が軸方向に傾斜をもつことによって生ずる分布荷

_____ 次に(3) 要素の格点及び格間における各状態量 数式化する上でのモ 伝達式を行

重 q_i の軸方向成分の補正である。また N_{xi} は次の関係を満足していなければならない。



62

× 3

パーソナルユース構造強度設計プログラム"HIPET"の開発 921

$$T_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{q_{i}^{a} l_{i}^{4}}{24 D_{i}} - \frac{\alpha i \Delta t_{i} l_{i}^{2}}{2 h_{i}} & 1 - \frac{\beta_{i}^{4} l_{i}^{4}}{6} & l_{i} & \frac{l_{i}^{2}}{2} & \frac{l_{i}^{3}}{6} \\ \frac{q_{i}^{a} l_{i}^{3}}{6 D_{i}} - \frac{\alpha i \Delta t_{i} l_{i}}{h_{i}} & -\frac{2}{3} \beta_{i}^{4} l_{i}^{3} & 1 & l_{i} & \frac{l_{i}^{2}}{2} \\ \frac{q_{i}^{a} l_{i}^{2}}{2 D_{i}} & -2 \beta_{i}^{4} l_{i}^{2} & 0 & 1 & l_{i} \\ \frac{q_{i}^{a} l_{i}}{D_{i}} & -4 \beta_{i}^{4} l_{i} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

 $(\alpha_i: 線膨脹係数, \Delta t_i: 内外面温度差(外面基準)$ **T**_iは格間マトリックスと呼ばれ,要素iの左端の状態量 $W_i(0)$ を右端に伝達する役目を果たす。

(4), (8) 式から下記の漸化式が得られる。

 $W_n(l) = T_n B_n T_{n-1} B_{n-1} \cdots T_2 B_2 T_1 W_1(0) \cdots (11)$ と表わされ、n個の連続した要素の両端の状態量だけに関す る線形方程式となる。両端の境界条件式は、

 $W_1(0) = RV_1(0), R'W_n(l) = A_n(l) \dots (12)$ によって表わされる。ここに $V_1(0)$ は左端の自由度からな るベクトルで初期ベクトルと呼ばれ、Rは左端の境界マトリ ックスである。R'は右端の境界マトリックスで、右端の既知



図5 軸対称殻の構造定義 軸対称殻の構造定義のための入力画面を 表わす。



量 $A_n(l)$ (変位支持及び自由端の場合0となる。)を取り出す マトリックスである。よって(11)式は,

R'T_n**B**_nT_{n-1}**B**_{n-1}...T₂**B**₂T₁**R**V₁(0) = A_n(l)....(13) となり,左端の自由度V₁(0)を未知量とする連立方程式を解 くことにより,逐次(4),(8)式を用いてすべての径間の要素の 状態量が求められる。中間に支点をもつ多径間の場合,伝達 してゆく左端の自由度を中間支点で新たに生ずる不連続量で 置き換え,右端に伝えることにより同様に解くことができる。

3.2 応力解析手順及び機能

前節の解析手法に基づき開発したプログラムのデータ入力 はすべて対話形式で行なうことができる。以下にその解析手 順及び機能について, CRT(Cathode Ray Tube)表示図を用 いて述べる。

図4は梁の場合の構造定義を示している。梁は直線梁及び 変断面梁を解析可能としており、梁の断面形状については同



図6 解析結果の出力例 解析結果の出力画面を例示している。

図に示す形状を用意している。いずれも所要の形状の種別番 号を選択し,指定された寸法を入力することにより梁の構造 形状を定義することができる。境界条件としては,単純,固 定支持,直線ばね・回転ばね支持などが考慮でき,荷重は集 中,分布荷重,集中モーメント,自重,温度などを与えるこ とができる。また,これら条件の任意の組合せが可能であり, このことにより梁に関する通常の材料力学公式をほぼすべて 扱える。

軸対称殻の場合は、図5に示すように殻断面の各寸法を入 力することになり、円錐殻も扱うことが可能である。荷重及 び支持条件は上述の梁と同様にして入力を行なう。梁及び殻 のいずれも径間ごとに上記入力を繰り返し実行することによ り、連続梁、多径間の殻の応力解析が可能である。図6は、 一端固定、他端自由の円筒殻に内圧が作用した場合の解析結 果の出力例を示したものである。なお、計算に要する時間は 形状の複雑さによって異なるが、およそ2~3分間である。

4 応力集中係数の検索

前章で述べたように得られた応力に対して,局部応力を評価することが必要なことも多い。この場合,通常,設計などでは応力集中係数を利用する。本プログラムは,あらかじめ応力集中係数の解が既知となっているもの³⁾について,形状の選択と簡単な入力を行なうことにより,応力集中係数が算定できるいわゆるハンドブック的機能を備えている。 図7は応力集中係数検索のための形状の一覧表及び検索結果の一例を示している。検索ではプログラムにあらかじめ準備した図形の中から所要の形状を選択し,指示された寸法,負荷形態の入力を行なうことにより,直ちに応力集中係数が算定され画面に表示される。

63

922 日立評論 VOL. 66 No. 12(1984-12)





図 9 応力拡大係数選択結果と寸法データの入力 応力拡大係数 の選択とデータ入力画面を示す。



図7 応力集中係数の一覧表と検索結果例 応力集中係数の一覧表 と検索結果の表示画面の例を示す。



5 SIF(応力拡大係数)

64

複雑な形状の構造物にあるき裂のSIF (Stress Intensity Factor:応力拡大係数)を求めるには、有限要素法などを使った詳細な応力解析が必要であるが、比較的単純な構造物で のき裂に対しては厳密解や精度の高い近似解が与えられてい る。ここでは、通常の設計でしばしば用いられ、かつ精度の 高い近似式が与えられているもの19種類については主に Tadaの文献⁴⁾を参考にして図8に示すようにまとめた。ただ し、本プログラムで取り扱うき裂はI型の破壊モードで進展 するき裂だけである。ユーザーはまず解析しようとするき裂 形状をモデル化し、同図中に示したSIFの中から対応するも のを選択すれば、図9に示すようにその詳細なき裂形状の図 形が出力される。 図10 応力拡大係数計算結果 応力拡大係数の計算結果の出力画面を 表わす。



図|| ユーザー定義の応力拡大係数(λ=a/w) ユーザー定義の応 力拡大係数の場合の入力画面を表わす。

さて、SIF、Kは一般に次式で表わされる。
$K = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/W) \cdots (14)$
ここに σ :作用応力, a :き裂長さ, W :板幅, F :き裂
周辺の形状や寸法により決まる補正係数である。図9ではこ
の $F(a/W) = K/\sigma \sqrt{\pi a}$ の計算に必要な寸法諸元の入力を行
なう。その結果、図10に示すような $K/\sigma\sqrt{\pi a}$ と無次元き裂長

果が表示される。

また, ユーザーが本プログラムでサポートしていないSIF の式を使って評価を行なう場合を考えて, ユーザー自身で SIFを定義できるようにしている。すなわち, 図11に示すよう にF(a/W)の四次多項式による入力とグラフによる入力が 可能である。



図12 き裂進展速度曲線の選択とデータの入力例 き裂進展速度 曲線の選択とそのデータ入力を示す画面を表わす。





図15 き裂進展寿命計算における被積分関数 用いる被積分関数の形を表わしている。

き裂進展寿命計算に

図13 き裂進展速度曲線の例 き裂進展速度曲線の出力画面を表わす。



図14 変動応力入力例 変動応力パターンの入力画面を表わしている。

6 疲労き裂進展寿命評価

6.1 疲労き裂進展速度 da/dN-⊿K曲線

疲労き裂の進展挙動は、き裂進展速度da/dNとSIFの範囲 $\Delta K (= K \max - K \min; K \max, K \min; 最大, 最小応力に対$ するSIF)で表現でき、両対数グラフ上で直線あるいは上、下 $限界条件(<math>\Delta Kc$, $\Delta K th$)を考慮すればS字形の曲線になること が知られており、この関係は一般的に次式で表わされる。

 $da/dN = f(\Delta K)$ (15)

 $McEvily \mathcal{O} \exists \mathcal{T}^{7} da/dN = \frac{A}{E^{2}} (\Delta K - \Delta Kth) \frac{(1-R) \Delta Kc + R \Delta K}{(1-R) \Delta Kc - \Delta K} \cdots (18)$

ところで、き裂進展速度曲線は一般に実験的に求めるが、 ユーザーが所有している実験データを使って寿命評価する場 合もあることを考えて、ユーザー自身でき裂進展速度曲線を 定義できるようにした。この場合は次式により定義するもの とした。

ここに、C, m, n, ΔKc , ΔKth は材料定数である。

この式は、き裂進展速度曲線がS字形になることを考慮したもので、n=0、 $\Delta Kth=0$ では(16)式に、またn=0では(17)式に一致する。ユーザーは材料定数の値を入力するか、あるいは20点以下の(ΔK , da/dN)の実験データを基に(20)式に対して最小二乗法を適用することで、き裂進展速度式を定義することが可能である。

6.2 繰返し応力条件

き裂に作用する応力条件としては,一定振幅,変動応力の

$$f(\Delta K)$$
に対してはき裂が進展する環境や作用応力条件を考
慮して,幾つかの式が提案されているが、ここではそれらの中
から使用頻度が高いと思われる以下の四つの式を使用できる
ようにした。すなわち、その基本式は次のように表わされる。
Paris則⁵⁾ $da/dN = C \Delta K^m$ (16)
本本の式⁶⁾ $da/dN = \frac{0.01}{E^2} \frac{(\Delta K - \Delta K th)^2}{(1-R)^2}$ (17)
二つの場合についての計算を可能とした。図14に3種類の変
動応力が作用する場合の入力結果を示す。
6.3 疲労き裂進展寿命
き裂進展速度は da/dN は応力繰返しの1回当たりのき裂
進展量を表わすから、(15)式を繰返し数Nについて積分すれば
き裂が a_i から a_f まで進展するのに必要な繰返し数(き裂進展
寿命 N_f)が求まる。すなわち、

65

924 日立評論 VOL. 66 No. 12(1984-12)

により計算できる。(21)式中の $f(\Delta K)$ はき裂形状と応力の関 数であり、その形は一般に複雑である。このため、(21)式の計 算には数値積分を用いる必要がある。

ところで、 $f(\Delta K)$ は(16)~(20)式に与えられているが、(21)式 中の被積分関数は図15に示すようなグラフとなる。特に、下 限界条件を考慮した(17)式では、き裂長さが短い部分で疲労寿 命の大半が費やされることから,この部分の数値積分の精度 が寿命全体の計算精度を左右する。精度を上げるには、数値 積分の分割数を大きくとればよいが、分割数の増加は計算時 間の増大につながるため、本プログラムでは、積分区間[ai, a_f]を更に細かく分割し、任意の積分区間 $[a_n, a_{n+1}]$ で十分な 計算精度となるようにその区間ごとの分割数を決定するとと もに、積分区間もき裂長さの短いところでは狭く、また長い ところでは広くとっている。この結果、こうした処理をしな い場合に比べ同じ精度の結果を得るのに数分の一から十数分 の一まで計算時間を短縮できた。

6.4 寿命計算結果の出力例

前節までに述べた方法を用いて計算した結果を図16,17に 示す。図16はき裂進展曲線であり、図14に示した変動応力に 対する計算結果の例である。図16で変動応力が小さい第2ブ ロックの開始点であるN=5×10⁵からき裂の進展が遅くな ることが分かる。なお、この計算では過大荷重によるき裂進 展の遅延現象は無視している。



き裂進展曲線の計算例(変動応力の場合) ×16 変動応力が作用 した場合の.き裂進展曲線計算結果の出力画面を表わしている。



図17は初期欠陥を仮定した場合の許容力線図である。欠陥 寸法が大きくなるにつれて, き裂部材に作用する応力を下げ なければいけないことが定量的に容易に理解される。なお, データ入力から解析結果の出力までに要する時間は10分前後 である。

言 7 結

設計者及び研究者のパーソナルユースに適したパーソナル コンピュータによる構造強度設計システムを開発した。本シ ステムは、16ビットパーソナルコンピュータを用いて対話形 式により応力解析, 強度評価を行なうもので, 以下に示す機 能、特徴をもっている。

(1) 梁及び軸対称殼構造の応力解析を伝達マトリックス法の 適用により汎用化した。すなわち,梁形状,断面形状,境界 条件及び荷重条件を任意に考慮できる。

隅角部などの種々形状に対する応力集中係数の検索機能 (2)をもち、設計便覧としての利用が迅速に行なえる。

(3) き裂をもつ部材の強度評価を迅速に行なうことができる。

すなわち,線形破壊力学での応力拡大係数を解析解や近似 式により容易に計算できる。また、疲労き裂進展シミュレー ションを種々のき裂進展則を用いて行ない、き裂部材の寿命 評価を可能とした。

(4) この結果,従来,設計者が机上では取り扱えなかった比

図17 許容応力線図の出力例 許容応力線図の出力画面を表わす。

較的複雑な問題についても, 容易にかつ短時間で計算するこ とが可能となった。

参考文献

- 成岡,外:伝達マトリックス法,培風館(昭45) 1)
- 山本:弾性・塑性,朝倉書店(昭36) 2)
- R. J. Roark, et al. : Formulas for Stress and Strain, (1975), 3) McGraw-Hill Kogakusha
- H. Tada, et al. : The Stress Analysis of Cracks Handbook, 4) DEL Res. Corp., (1973)
- 5) P. C. Paris, et al. A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, Trans. ASME Ser. D, Vol. 85, No. 3, p.528 (1963)
- 木本,外:鉄鋼材料の疲労き裂伝播強度,機構論, No. 800-8, 6) p. 105(昭55)
- J. A. Ruppen, et al. : Fatigue of Engineering Materials and 7) Structures, Vol. 2, No. 1, p.63(1979)
- K. Walker: The Effect of Stress Ratio During Crack 8) Propagation and Fatigue for 2024-T 3 and 7075-T 6 Aluminum, ASTM STP 462, p. 1 (1970)

66

120